

Epist.

360

1,1

<36635983030011

<36635983030011

Bayer. Staatsbibliothek

Epist. 260 - 1, 1

e Miscell.

A l l g e m e i n e r
physiokratischer Briefwechsel

einer

Gesellschaft deutscher Gelehrten

herausgegeben

von

Johann Karl Friedrich Hauff.

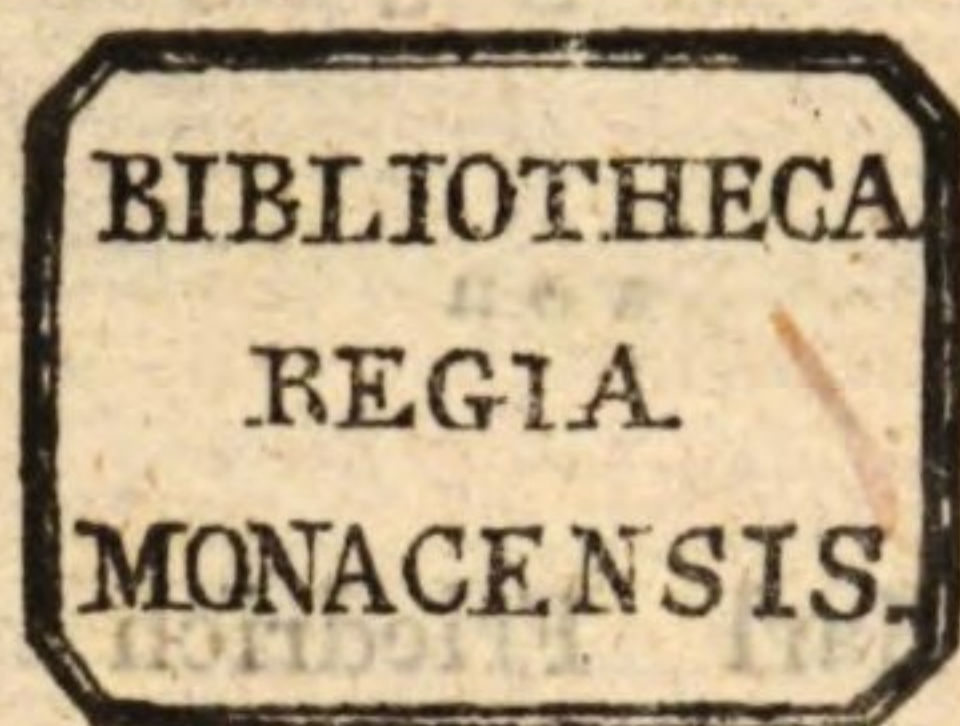
Ersten Bandes I. Heft.

E r l a n g e n,
bey Johann Jacob Palm.

1 8 1 0.

physiokratischer Briefwechsel

Gesellschaft taurischer Gelehrten



Erster Bandes I. Heft.

Erlangen.
bey Johann Jacob Palm.
1810.

V O R R E D E.

Die Zeitschrift, von welcher wir gegenwärtig das erste Heft dem Publikum vorlegen, wurde zuerst angekündigt in der Vorrede zu meiner Darstellung eines natürlichen Maasssystem etc. Augsburg und Leipzig 1809. S. V. An dem anfänglich dazu entworfenen Plane haben wir seitdem, bey wiederholter sorgfältiger Prüfung, nichts abzuändern gefunden, als die Zeitbedingung ihrer Erscheinung. An Statt nämlich, dass wir sie Anfangs in monatlichen Heften herauszugeben gedachten, halten wir es, wenigstens unter den gegenwärtigen Umständen, für besser, sie in zwanglosen Heften so erscheinen zu lassen, dass allemal drey Hefte von zehn bis zwölf Bogen einen Band füllen sollen.

Was den Titel dieser Zeitschrift betrifft, so wird es nicht überflüssig seyn, zu erinnern, dass sie mit dem, was die Kameralisten in der letzten Hälfte des abgewichenen Jahrhunderts Physiokratie genannt haben, nichts zu thun habe. Sie führt vielmehr, wie auch schon bey ihrer ersten Ankündigung am oben angeführten Orte ausdrück-

lich bemerkt worden ist, diesen Titel ($\alpha\pi\omicron\ \tau\epsilon\ \kappa\rho\alpha\tau\epsilon\iota\omega\ \tau\eta\varsigma\ \Phi\upsilon\sigma\epsilon\omega\varsigma$) von ihrer Bestimmung der Aufnahme und Verbreitung solcher Kenntnisse gewidmet zu seyn, welche den Menschen in vorzüglichem Sinne zum Herrn der Natur machen.

Dass dies die Eigenschaft der, zur Mathematik und Naturwissenschaft gehörigen, Kenntnisse sey, habe ich in der Einleitung zu meinem Lehrbegriffe der Mathematik I. Bd. Frankfurt 1803. S. 42. gezeigt.

So lange die Teutschen, durch die glückliche Verfassung ihrer Staaten begünstiget, jener platonischen Liebe zu den Wissenschaften sich ungestört überlassen konnten, worin, außer den Griechen, keine Nation der Welt ihnen jemals gleich kam, war es eben nicht nöthig, sie auf diese Seite der mathematischen und naturwissenschaftlichen Kenntnisse besonders aufmerksam zu machen, weil sie, seit der Zeit, da bey ihnen die ernsthaften, tiefsinnigen, abstracten Wissenschaften der Gegenstand einer anerkannten und beständigen Leidenschaft, ein nothwendiges Nahrungsmittel für die Thätigkeit ihres Geistes geworden sind, nach der richtigen Bemerkung des vortrefflichen Villers *)

immer

*) Blick auf die Universitäten etc. a. d. Franz. Marburg 1808. S. 9.

immer aus eigener Neigung viel mehr bestrebt waren, durch Anstrengung der Denkkraft in die Geheimnisse der Natur einzudringen, als davon Nutzen zu ziehen.

Nachdem aber ansehnliche Strecken von Teutschland das Schicksal gehabt haben, unter die Herrschaft einer Nation zu kommen, die, seitdem wissenschaftliche Cultur Eingang bey ihr gefunden hat, durch ihre Neigung vorzüglich zur Pflege derjenigen Wissenschaften hingezogen wurde, welche dem Menschen die Herrschaft über die Natur und ihren Nießbrauch geben, und derjenigen Künste, welche das Leben zu verschönern und mit Genüssen zu erfüllen geschickt sind, und nachdem diese Nation in den neuesten Zeiten, von einem eigenen regelsüchtigen Geiste getrieben, überall sich zum Geschäfte gemacht hat, mit dem Richtscheite und der Sezwage in der Hand, Länder wie Gartenbeete und Völker wie Alleen abzurichten; so scheint es in der That nicht überflüssig, die Aufmerksamkeit der Teutschen darauf hinzulenken, daß die Wissenschaft, welche, wie Kästner sagt, obschon sie zu allen Dingen nütz ist, dennoch in Teutschland bisher keine Verheißung hatte, wenigstens die Verheißung, den Menschen zum Herrn der Natur zu machen.

chen, zugleich mit der Bürgschaft für deren Sicherheit, in sich selbst trage.

Diese Rücksicht war es vorzüglich, die uns bestimmte, in unserer Zeitschrift immer theoretische Untersuchungen über Gegenstände der Mathematik und Physik mit gemeinnützigen Anwendungen jeder Art abwechseln zu lassen. Uebrigens werden wir diese Vereinigung der Theorie mit der Anwendung auf eine Art zu bewerkstelligen bedacht seyn, wie sie Teutschen ziemt, in deren Charakter es nicht liegt, den Maassstab für den Werth der Wissenschaften von den sinnlichen Bedürfnissen herzunehmen.

Bey den theoretischen Arbeiten wird uns immer die goldene Regel des Archimedes leiten: "Wer um die G ö t t i n frey't, suche in ihr nicht das W e i b!"

Ihr zur Folge werden wir den Wissenschaften nur als freundlichen Gefährtinnen des Lebens huldigen, und es für eine Versündigung halten, sie zu Dienerinnen des gemeinen Bedürfnisses zu machen.

Von den Anwendungen hingegen, die wir aufnehmen werden, soll jede einen neuen Beleg für die alte Wahrheit abgeben, dass nicht die Anwendung an sich, sondern nur die Art, wie man sie macht, die Wissenschaften erniedrigen könne.

Da

Da in dem ungeheuren Reiche der Wissenschaften, denen unsere Zeitschrift gewidmet ist, gegenwärtig fast kein Fleckchen Land nachzuweisen ist, das nicht, mehr oder weniger, im Kriegstande sich befände, so wird ein grosser Theil unserer Bemühungen darauf gerichtet werden müssen, für die Sache, auf deren Seite nach unserer Ueberzeugung das Recht liegt, zu kämpfen, der Wissenschaft den ruhigen Besiz ihres Eigenthums zu sichern, und den Frieden endlich herbeyzuführen.

Für diese polemischen Unternehmungen haben wir uns folgende Geseze gemacht, von welchen wir uns nie eine Abweichung erlauben werden:

1) uns nur mit solchen Gegnern einzulassen, die durch die Art ihrer Angriffe selbst zeigen, dass es ihnen mit redlichem Ernste um Wahrheit zu thun sey;

2) auch mit diesen jeden Streit nur auf dem Gebiete der Wissenschaft zu führen, deren Sache es gilt;

3) wo wir die Sache der Wahrheit gefährdet sehen, keine Auctorität und keine Celebrität des Gegners uns abhalten zu lassen, unsere Ueberzeugung mit ihren Gründen offen darzulegen.

Stets verschmähend den Schwur auf
die

die Gedanken des Meisters und das Gebet der Secte und Schule;

4) uns nie verleiten zu lassen Persönlichkeiten einzumischen, oder die Regeln der Humanität und Urbanität aus dem Auge zu verlieren.

Dieselbigen Gesetze werden mit gleicher Strenge auch bey den Arbeiten der wissenschaftlichen Kritik befolgt werden, die, wiefern von Werken die Rede ist, welche zur Erweiterung der Wissenschaften etwas Erhebliches beyzutragen geeignet sind, mit in unsern Plan gehören.

Der Form eines Briefwechsels haben wir um der verschiedenen Vortheile und Bequemlichkeiten willen, die sie unsern Mittheilungen unstreitig gewährt, den Vorzug gegeben. Indessen werden größere Abhandlungen doch immer in dem Geiste und der Methode der Wissenschaft, welcher sie angehören, ausgearbeitet werden.

Was wir sonst noch von unserem Unternehmen sagen könnten, wollen wir lieber die Leser selbst finden, als durch unsere Anzeige erfahren lassen.

Augsburg, am 21. April 1810.

Der Herausgeber.

I. Schrei-

I n h a l t

d e s e r s t e n H e f t s.

- I. Schreiben des Herrn Prof. Schmidt in
Gießen an den Herausgeber über die Höhenmessungen mit dem Barometer. Seite 1
- II. Schreiben des Herausgebers an Hrn. Prof. Pfeleiderer in Tübingen über das Fundament der, aus der Lehre vom Kreise abgeleiteten, Parallelentheorie. S. 71
- III. Schreiben des Herausgebers an Hrn. Geh. HofR. Langsdorf in Heidelberg u. Hrn. Prof. Hoffmann in Aschaffenburg über das Fundament der, aus der Betrachtung des gleichseitigen Dreyecks abgeleiteten Parallelentheorie. S. 76
- IV. Schreiben des Hrn. Prof. Schmidt in Gießen an den Herausgeber über die Gültigkeit des mariottischen Gesetzes für die von der atmosphärischen Luft verschiedenen Luftarten. S. 100

V. Schrei-

I n h a l t.

- V. Schreiben des Herausgebers an Hrn. Prof. Schmidt in Gießen über die Rectification und Quadratur des Kreises vermittelt der Elementargeometrie, nebst der Beschreibung eines Rectifications- und Quadratur-Instruments. Seite 111
- VI. Auszug eines Schreibens des Hrn. Hofraths Kausler zu Ochsenburg an den Herausgeber S. 127
- VII. Schreiben des Herausgebers an Hrn. Prof. Schmidt in Gießen, enthaltend die Beschreibung eines neuen Ventilbarometers S. 129
-

I.

S c h r e i b e n

*des Herrn Professors Schmidt in Gießen an
den Herausgeber über die Höhenmessungen mit
dem Barometer.*

Gießen, am 4. Febr. 1810.

Sie erhalten anbey die ersten zwey Abschnitte meiner Abhandlung über die Höhenmessungen mit dem Barometer, worin der wesentliche Theil meiner Arbeit über den Gegenstand zu finden ist, zum beliebigen Gebrauche für Ihren Briefwechsel. Zu den letzten zwei Abschnitten fehlen mir jetzt noch zum Theil die Materialien, nämlich barometrische Messungen der Höhen des Westerwaldes und des Herzogthums Westphalen. Ich hoffe diese Messungen in den nächsten Osterferien theils selbst anzustellen, theils durch meine Freunde anstellen zu lassen; alsdann kann der Schluss der Abhandlung in einem

A

der

der folgenden Hefte Ihres Briefwechsels erscheinen *).

*) Diese wichtige Abhandlung ist dieselbige, welche Herr Prof. Schmidt S. 81. des Anhangs zum zweyten Theile seiner Analysis (Frankfurt a. M. 1807.) versprochen hat, und deren Erscheinung seit dieser Zeit alle Freunde der Wissenschaft mit einer Erwartung entgegengesehen haben, die sie nun nicht bloß erfüllt, sondern übertroffen finden werden.

H.

Gießen, am 4. Febr. 1810.

2 Die erhaltenen bey die ersten zwey Abtheilungen meiner Abhandlung über die Höhenmessungen mit dem Barometer, worin der mathematische Theil meiner Arbeit über den Gegenstand zu finden ist, zum beliebigen Gebrauche für Ihren Briefwechsel. Zu den letzten zwey Abtheilungen fehlen mir jetzt noch zum Theil die Materialien, nämlich barometrische Messungen der Höhen des Westerwaldes und des Hogenrothens Wäldchens. Ich hoffe diese Messungen in den nächsten Ofteren theils selbst anzustellen, theils durch meine Freunde anstellen zu lassen; alsdenn kann der Schluss der Abhandlung in einem der

Vor-

Vor Erinnerung.

Bereits vor zehn Jahren, als ich den zweiten Theil meiner Anfangsgründe der Mathematik schrieb, wurde ich auf die bedeutenden Unterschiede, welche sich zwischen den, von verschiednen Gelehrten angegebenen, Formeln für die Höhenmessungen mit dem Barometer finden, aufmerksam. Ich suchte damals den Grund der Verschiedenheit, die eigentlich nur in dem Coëfficienten der Formel herrschet, in der nach dem Grade der Feuchtigkeit veränderlichen Ausdehnung der Luft. Auf diesen Schluss wurde ich durch die Versuche geleitet, welche ich über die Ausdehnungen der feuchten Luft durch die Wärme angestellet hatte.

te *). Meine damaligen Versuche gaben mir, bey gleichen Zunahmen der Wärme, eine ungleiche, mit den höhern Graden wachsende Ausdehnung für die feuchte Luft; dagegen fand ich die Ausdehnung der, durch austrocknende Mittel von ihrer Feuchtigkeit befreien, Luft gleichförmig. Da nun ein solcher Grad der Trockenheit in der Atmosphäre nie Statt findet: so vermuthete ich, daß die Ausdehnungen der atmosphärischen Luft durch die Wärme, nach dem Grade ihrer Feuchtigkeit, verschieden ausfallen würden. Hätte sich die Vermuthung bestätigt, so würde daraus gefolget seyn, daß die Correction, welche wegen der Ausdehnung der Luft in die Formeln für die Höhenmessungen mit dem Barometer eingehet, nicht blos nach dem verschiedenen Thermometerstande, sondern auch nach dem Hygrometerstande veränderlich ausfallen müßte. Die Frage betraf einen für die Ausübung sehr wichtigen Gegenstand, und ich beschloß damals schon weitere Untersuchungen hierüber anzustellen. Zu dem Ende nahm ich in den Jahren 1798 — 1799. eine Reihe von correspondirenden Beobachtungen mit dem Thermometer,

*) Siehe Grens neues Journal der Physik. 4. B. 3. Heft.

ter, Hygrometer, Barometer und Manometer vor, und wollte dieselben längere Zeit fortsetzen. Leider aber wurden meine Beobachtungen durch einen widrigen Zufall unterbrochen, und die weitem Untersuchungen des Gegenstandes immer verschoben. Erst im Jahr 1806. fand ich die nöthige Musse, den Gegenstand mit Ernst wieder aufzunehmen, meine frühern Beobachtungen zu wiederholen, abzuändern und aus allen die sich ergebenden Resultate zu ziehen. Indessen beschäftigten sich auch andere Naturforscher mit dem Gesezze der Ausdehnung der Luft durch die Wärme, vorzüglich Dalton zu Manchester, und Gay - Lussac zu Paris, deren Untersuchungen mir durch Gilberts Annalen *) bekannt geworden sind. Beyder Naturforscher Angaben für die Ausdehnung der Luft durch die Wärme weichen von meinen frühern Beobachtungen, und zwar Daltons seine sehr bedeutend ab. Dies war ein neuer Beweggrund, meine frühern Arbeiten über den Gegenstand wieder aufzunehmen.

Der

*) Siehe Gilberts Annalen 1802. 11tes und 12tes Stück.

Der zweite Abschnitt dieser Abhandlung enthält die Resultate meiner neuern Untersuchungen über die Dichte der Luft bey verschiednen Barometer- und Thermometerständen, und über das Gesetz der Ausdehnungen der Luft durch die Wärme.

Der erste Abschnitt giebt eine kurze Darstellung der Theorie der Höhenmessungen mit dem Barometer so abgefasst, dass sie Jedem, welcher die ersten Gründe der Integralrechnung inne hat, einleuchten wird. Die Endformel, auf welche ich bey meiner Rechnung gekommen bin, stehet an Geschmeidigkeit der bisher fast allgemein beliebten Mayerisch-Deluc-ischen nicht nach, und stellet doch die, wegen der Wärme nöthigen, Correctionen der Höhe viel genauer dar, wie die nach beyden Formeln berechneten, und zugleich trigonometrisch gemessenen, Höhen beweisen werden.

In dem dritten Abschnitte liefere ich eine kurze Vergleichung einiger der vorzüglichsten, bisher in Gebrauch gekommenen, Formeln über die barometrischen Höhenmessungen, und der meinigen.

Der vierte Abschnitt enthält praktische Vorschriften von der Einrichtung und dem Gebrauche
des

des zu den barometrischen Höhenmessungen nöthigen Apparats, nebst einem Verzeichniß von mehreren, theils von mir, theils von einigen meiner Freunde in den Großherzoglich Hessischen und den angränzenden Staaten gemessenen, nach meiner Formel berechneten, Höhen.

Ich hoffe durch diese Abhandlung jungen Mathematikern eine Schrift in die Hände zu liefern, worin sie das Wissenswürdigste über den Gegenstand in der Kürze beysammen finden. Für den mathematischen Naturforscher werden wenigstens die in der Abhandlung enthaltenen Experimentaluntersuchungen nicht ohne Interesse seyn *).

*) Anmerkung.

Die Vorerinnerung war bereits vor drei Jahren geschrieben, allein die dem deutschen Buchhandel allgemein ungünstigen Zeiten hielten den Druck meiner Abhandlung abermals zurück. Ob sie nun nach ihrer so sehr verspäteten Erscheinung, nachdem die Arbeiten eines Laplace, Ramond und anderer Mathematiker und Naturforscher über denselben Gegenstand bekannt geworden sind, noch von einigem Interesse ist, muß ich dem Urtheile der Kenner überlassen.

Wenigstens hat der Aufschub mir den Vortheil gewähret, dass ich meine Arbeit mit der des grössten Mathematikers unsrer Zeit zusammenhalten konnte, und dadurch einen sichern Prüfstein ihrer Güte erhielt.

Kurze Darstellung der Gründe, worauf die Höhenmessungen mit dem Barometer beruhen.

Man denke sich über der Oberfläche des Quecksilbers im Barometer, welche mit der Atmosphäre in Berührung ist, eine Luftsäule bis an das Ende des Dunstkreises: so wird die Luftsäule, deren Höhe wir h nennen wollen, mit der Quecksilbersäule im Barometer, die b heißen mag, im Gleichgewicht seyn. Erhebt man sich mit dem Barometer von der Oberfläche der Erde, und bringt dadurch einen Theil der Luftsäule unter sich, so muß die Quecksilbersäule herabsinken, weil sie nun von einer minder schweren Luftsäule gepresset wird. Der Unterschied beider Barometerstände stellet die Höhe einer Quecksilbersäule dar, deren Gewicht dem Gewichte der zwischen den Beobachtungsorten befindlichen Luftsäule, welche mit der Quecksilbersäule im Barometer einerlei Grundfläche hat, gleich ist.

Es sey der Unterschied der beiden Barometerstände $= d$, die Höhe der Luftsäule $= x$, das spezifische Gewicht des Quecksilbers $= m$, das spezifische Gewicht der Luft $= g$: so hat man, unter der Voraussetzung, daß die Dichte der Luft zwischen

schen den beiden Beobachtungsorten eine unveränderliche Grösse sey, nach dem bekannten hydrostatischen Gesetze von dem Gleichgewichte verschiedener Flüssigkeiten in communicirenden Röhren

$$g : m = d : x$$

$$\text{oder } x = \frac{m d}{g}$$

Es sey zum Beyspiel der Barometerstand an dem untern Beobachtungsorte = 28 Zoll, an dem obern Beobachtungsorte = 27 Zoll 6 Linien, pariser Maafs; man habe das specifische Gewicht der Luft zur Zeit der Beobachtung 840 mal kleiner, das specifische Gewicht des Quecksilbers aber $13\frac{1}{2}$ mal grösser, als das specifische Gewicht des Wassers gefunden: so würde man nach der obigen Analogie $x = 13,5 \cdot 840 \cdot 6 = 68040$ Linien, oder 475,2 pariser Fuss finden, welches die Höhe der Luftsäule darstellte, die zur Zeit der Beobachtung einer Quecksilbersäule von 6 pariser Linien das Gleichgewicht hielt.

Man würde also hieraus schliessen können, dass der Unterschied der Höhen von den beiden Beobachtungsortern 475,2 pariser Füsse betrage.

So weit war schon Pascal vor mehr als 100 Jahren *), der zuerst die glückliche Idee hatte, die Höhen

*) *Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air* par M. Pascal. Paris 1698.

Höhen der Berge durch den Barometer zu messen. Mit einer so einfachen Analogie, als die oben angegebene ist, reicht man indessen nicht aus, weil die Luft vermöge ihrer Schwere und Elasticität sich durch ihr eignes Gewicht zusammenpresset, und folglich an Dichte von unten nach oben stets abnimmt.

Mariotte entdeckte das wichtige Gesetz: daß sich die Dichten der Luft wie die zusammenpressenden Kräfte, die Räume aber verkehrt wie die Dichten verhalten. Er machte von seinem Gesetz auch sogleich eine fruchtbare Anwendung auf die Höhenmessungen mit dem Barometer. Aus der Vergleichung verschiedner, damals bekannter, Barometerbeobachtungen fand er, daß man sich 60 pariser Füsse über die Meeresfläche (dies ist nämlich das Niveau, von welchem aus man alle Höhen des festen Landes zu rechnen pfleget,) erheben müsse, wenn die Quecksilbersäule in dem Barometer um eine Linie sinken solle. Sezzet man das Gewicht der ganzen Luftsäule, von der Oberfläche des Meeres an gerechnet, dem Gewichte einer Quecksilbersäule von 28 Zollen gleich, und theilet die Barometerhöhe in Zwölftheile von Linien, das ist in 4032 gleiche Theile; die Höhe der Luftsäule aber in eben so viele Schichten von ungleicher Höhe, und gleichem Gewichte ein: so wird jede Luftschichte einer Quecksilbersäule von $\frac{1}{12}$ Linie Höhe das Gleichgewicht halten. Es kommt nun darauf an, die Höhe jeder einzelnen Luftschichte zu finden,

den, um sie alle summiren zu können. Nach Mariottens Annahme beträgt die Höhe der untersten Luftschichte 5 pariser Fufs, und die Höhe der Luftschichte an der Stelle, wo der Barometer nur halb so hoch wie unten, also 14 Zoll, stchet, 10 Fufs; weil sich nach seinem Gesez die Räume der Luftschichten (das ist die Höhen, bey gleichen Grundflächen und Gewichten) verkehret wie die Dichten, welche den Barometerständen proportional sind, verhalten. Ueberhaupt findet man die Höhe einer jeden Luftschichte an einer beliebigen Stelle, wo der Barometerstand $= b$ gegeben ist, durch die Proportion

$$b : 28 = 5 : x.$$

Berechnete man hiernach die Höhe einer jeden der 4032 Luftschichten einzeln und summirte sie, so würde man die Höhe der ganzen Atmosphäre, oder eines jeden beliebigen Theiles derselben, bis zu einem gegebenen Barometerstande $= b$, finden können. Mariotte, der die Weitläufigkeit dieser Rechnung wohl einsah, suchte sie dadurch zu vermeiden, dafs er annahm: die Höhen der einzelnen Luftschichten, von der untersten an gerechnet bis zu derjenigen, wo der Barometer nur halb so hoch stchet, als unten, verhielten sich wie die Glieder einer arithmetischen Progression. Dadurch erleichterte sich Mariotte zwar die Rechnung, entfernte sich aber zugleich von der Wahrheit. Auch ist die Voraussetzung, dafs an der Oberfläche des Meeres eine Linie Quecksilber im Barometer einer Luftsäule von 60 Fussen das Gleichgewicht halte, durch neue-

neuere Erfahrungen widerlegt worden. Die Höhe einer solchen Luftsäule beträgt nahe 30 pariser Füsse, und ist mit dem Barometerstande und der Temperatur veränderlich.

Wir wollen uns daher bey Mariottens Rechnung nicht länger verweilen *). Auch würden wir sie hier gar nicht erwähnt haben, wenn sie nicht die einfachste Darstellung der Gründe enthielte, worauf die Höhenmessungen mit dem Barometer beruhen; so wie sie zu richtigen Resultaten führt, sobald man die von Mariotte aufgestellten Grundsätze streng verfolgt. Alsdann aber darf man die Höhe der Luftsäule nicht in eine bestimmte Anzahl von Schichten theilen, sondern man muß sich der Schichten unzählig viele denken; oder, welches eben so viel ist, man betrachte die verschwindende Höhe einer einzelnen Luftschicht, als das Differential einer veränderlichen Grösse, deren Integral die gesuchte Höhe ist. Wir schreiten nun zu dieser Darstellung der Aufgabe.

Es

*) Die Leser, welche sich näher hierüber unterrichten wollen, verweisen wir auf Kästners Abhandlung von den Höhenmessungen mit dem Barometer. Wie man streng nach Mariottens Grundsätzen verfahren, durch Summirung einer harmonischen Reihe, auf dasselbe Resultat komme, welches die Rechnung des Unendlichen giebt, zeigt Mollweide in einem Aufsatze in *Gehlen's Journal für die Chemie und Physik*. 1807. 4. B. 5. Heft.

Es bezeichne A (Fig. 1.) einen Ort auf der Oberfläche der Erde (etwa die Meeresfläche), B und C seyen zwei Oerter von willkürlicher Erhebung über A. Die Höhe A C heisse h , A B, als ein veränderlicher Theil der Höhe h , heisse x , sein Differential B b sey $= dx$; der Barometerstand in A sey $= B$, in C $= b$, in B $= y$, und die zur Erhebung durch dx gehörige verschwindende Aenderung des Barometerstandes $= dy$. Die Dichte der Luft in A heisse Δ , in B δ , die Dichte des Queckfilbers im Barometer sey $= m$. Man setze das Gewicht der unendlich kleinen Luftsäule B b dem Gewichte der Queckfilbersäule, um welche sich der Barometerstand von B nach b ändert, gleich: so erhält man

$$1) \delta dx = - m dy.$$

Das Zeichen (—) rechter Hand des Gleichheitszeichens deutet bloß an, daß y abnimmt, wenn x wächst, weil die Queckfilbersäule im Barometer fällt, indem man sich erhebt. Sezzet man ferner mit Mariotte die Dichten der Luft den Barometerständen proportional; so erhält man

$$2) B : y = \Delta : \delta$$

$$\delta = \frac{y}{B} \Delta$$

also, 2) mit 1) verbunden,

$$\delta dx = \frac{y}{B} \Delta dx = - m dy$$

$$3) dx = - \frac{B m}{\Delta} \frac{dy}{y},$$

hiervon das Integral

$$x = - \frac{B m}{\Delta} \log. \text{ nat. } y + \text{Const.}$$

Da

Da nun x verschwinden soll, wenn $y = B$ wird, so erhält man

$$\text{Const.} = \frac{Bm}{\Delta} \log. \text{ nat. } B$$

und das vollständige Integral

$$4) x = \frac{Bm}{\Delta} (\log. \text{ nat. } B - \log. \text{ nat. } y).$$

Schreibt man in dem Ausdruck 4) statt x , h , und statt y , b : so erhält man ebenso für die Höhe AC

$$h = \frac{Bm}{\Delta} (\log. \text{ nat. } B - \log. \text{ nat. } b),$$

also auch für die Höhe BC

$$h - x = \frac{Bm}{\Delta} (\log. \text{ nat. } y - \log. \text{ nat. } b).$$

Hieraus folgt, daß, wenn man den Coëfficien-
ten $\frac{Bm}{\Delta}$ als eine beständige GröÙe betrachtet, die

Erhebung zweier Oerter B und C über einander, und eines jeden über der Meeresfläche sich wie die logarithmischen Differenzen der an den verschiedenen Oertern beobachteten Barometerstände verhalten. Dies Gesetz entdeckte Halley. Es sind darüber die meisten Naturforscher, welche sich mit dem Gegenstande beschäftigt haben, einig, nur darin weichen sie von einander ab, wie der Coëffi-

cient $\frac{Bm}{\Delta}$ zu bestimmen sey.

Wir wollen vorerst untersuchen, ob überhaupt der Coëfficient eine veränderliche Grösse sey, und, wenn er es ist, wie man ihn, als solchen, in Rechnung ziehen könne.

Zu der Absicht müssen wir uns vorerst erinnern, daß Δ die Dichte der Luft an dem untern Beobachtungsorte, B den dazu gehörigen Barometerstand, und m endlich die Dichte des Quecksilbers im Barometer bezeichnen. Verhielten sich die Dichten der Luft jederzeit wie die Barometerstände, oder vielmehr wie die durch die Barometerstände angezeigten Pressungen, so würde der Quotient $\frac{B_m}{\Delta}$ allerdings eine unveränderliche Grösse seyn.

Daß aber diese Voraussetzung der Wahrheit nicht gemäs seyn könne, erhellet schon daraus, weil die Dichte der Luft und des Quecksilbers mit der Temperatur, aber nach verschiedenen Gesezen, veränderlich sind.

Es ist also zu prüfen, wie sich der eben gefundne Ausdruck für die Höhe x abändere, wenn man dabey auf die, mit der Temperatur veränderliche, Dichte der Luft und des Quecksilbers Rücksicht nimmt. Die Gesezze der Ausdehnungen der Luft und des Quecksilbers durch die Wärme werden als bekannt vorausgesetzt.

Es sollen B den Barometerstand unten, y den in der veränderlichen Höhe x , R den Grad des Thermometers unten, Z den in der Höhe x , n die

die Ausdehnung der Luft durch einen Grad des Thermometers (den Raum bey der Eiskälte $= 1$ genommen), Δ , δ die Dichten der Luft unten und oben, M , m die Dichten des Queckfilbers unten und oben, p , q die Dichten der Luft und des Queckfilbers in der veränderlichen Höhe x bezeichnen.

Die Fundamentalgleichung, von welcher wir ausgehen, ist abermals

$$p dx = - q dy$$

Nun stehen die Dichten der Luft im zusammengesetzten directen Verhältnisse der durch die Gewichte der Queckfilberfäulen im Barometer ausgedrückten Pressungen, und im verkehrten der durch die ausdehnende Kraft der Wärme bewirkten Raumeserfüllungen. Daher hat man

$$\left(\frac{BM : q y}{1 + nZ : 1 + nR} \right) = \Delta : p$$

folglich

$$p = \frac{\Delta q (1 + nR) y}{BM (1 + nZ)}$$

Substituirt man diesen Werth für p in der obigen Gleichung, so erhält man

$$5) dx = - \frac{q dy}{p} = - \frac{BM (1 + nZ)}{\Delta (1 + nR)} \frac{dy}{y}$$

Sezzet man $Z = R$, so verwandelt sich der Ausdruck 5) in den 3) wie gehörig. Eigentlich ist der Factor $1 + nZ$ veränderlich, und die Grösse Z hängt selbst von der veränderlichen Höhe x ab.

Das Gesez, nach welchem die Wärme mit der Erhebung über die Erdoberfläche abnimmt, muß durch genaue und gehörig vervielfältigte Beobachtungen in verschiedenen Höhen (Erhebungen in der Atmosphäre durch Luftballons sind vorzüglich dazu geeignet) erst in ein gehöriges Licht gesezset werden. Indessen sey auch dieses Gesez, welches es wolle, so erhellet: daß man bei mäßigen Höhen, wo der Unterschied zwischen der obern und untern Temperatur nur wenige Grade des Thermometers beträgt, ohne bedeutenden Fehler annehmen könne, die Wärme vermindere sich von unten nach oben gleichförmig mit den Unterschieden der Höhen.

Die Voraussetzung, welche bisher von den meisten Naturforschern gemacht worden ist, hat durch Gay Lussacs Beobachtungen, welche er auf seinen von Paris aus unternommenen Luftreisen angestellet hat, eine neue Bestätigung erhalten *). Wir
blei-

*) Ich hatte das oben Stehende bereits geschrieben, als mir die lehrreiche Abhandlung von Alexander v. Humboldt über diesen Gegenstand durch Gilberts Annalen der Physik 1806. 9. St. bekannt wurde. Von Humboldt beweiseth, daß die Wärmeabnahme in den höhern Regionen der Atmosphäre ein zusammengesetztes Phänomen sey, das durch verschiedene Ursachen bewirkt werde. Die vorzüglichste Ursache ist die mit der zunehmenden Dünne und Durchsichtigkeit der höhern Regionen der Atmosphäre sich vermindernde Licht verschluckende, das ist Wärme erzeugende, Kraft der

bleiben daher auch hier bey der Voraussetzung, daß die Wärme gleichförmig, bey zunehmender Höhe, abneh-

der Luft. Wirkte diese Ursache allein, existirte die Luft gleichsam ohne den festen Erdkörper, als eine für sich bestehende bloß durch ihre Elasticität und Schwere nach dem Centro sich stets verdichtende Dunschkugel: so würde sich das Gesetz der Wärmeabnahme nach bestimmten mathematischen Principien sehr genau ausrechnen lassen, wenn nur einmal durch genaue Erfahrungen die Licht verschluckende Kraft der Luft für eine gewisse Dichte derselben ausgemittelt wäre.

Jener Hauptursache entgegen, und sie störend, wirken vorzüglich die beiden folgenden Ursachen:

1) Die starke Erwärmung der zunächst an den dichten Erdkörper gränzenden Luftschichte, und die durch die Expansion der Luft nach aërostatischen Gesetzen entstehenden, senkrecht in die Höhe gehenden, heißen Luftströme.

2) Die strahlende Wärme des stark durch die Sonnenstrahlen erhitzten festen Erdkörpers, deren Wirkung durch die Reflexion von den, in der Atmosphäre schwebenden, Dünsten oft noch sehr vermehret wird.

Obgleich die beiden zuletzt genannten Ursachen der erstern entgegen wirken, und die Hauptquellen von Anomalien in der regelmäßigen Abnahme der Wärme sind: so hängt doch ihr Einfluß zu sehr von Localitäten, welche sich auf Boden, Lage des Erdreichs, Klima, Witterung und Jahreszeiten beziehen, ab, als daß man denselben einer strengen Rechnung unterwerfen könnte. Vor-

abnehme. Sie sey in irgend einer bestimmten Höhe $h = r$, so erhält man nach der Voraussetzung

$$h : x = R - r : R - Z$$

$$\text{also } R - Z = \frac{x (R - r)}{h}$$

$$Z = R - \frac{(R - r) x}{h}$$

Man

züglich ist es der lothrecht in die Höhe strömenden warmen Luft, so wie der strahlenden Wärme des Erdbodens zuzuschreiben, dass man an einem und demselben Orte die Abnahme der Wärme von unten nach oben nicht immer gleich stark, und im Winter stets geringer als im Sommer findet; dass die Temperatur der Luft an solchen Berggipfeln, die sich von einer weitausgedehnten und erhaben liegenden Fläche erheben (wie die Andes im südlichen Amerika) bei gleicher Höhe, viel milder ist, als man sie auf isolirten Bergspitzen antrifft, deren Fuß sich tiefer gegen den Horizont des Meeres hin senkt. Uebrigens gehet aus Herrn von Humboldts Beobachtungen, verbunden mit denen von Gay Lussac, Sauffure und Lamanon soviel hervor, dass man in den Tropenländern im Mittel genommen etwa auf 121 Toisen Erhebung 1 Grad *Reaum.* für die Abnahme der Wärme rechnen könne. Eben die Bestimmung gilt auch für die nördlichen Breiten, welche wir bewohnen, jedoch nur im Sommer. An Beobachtungen über die Wärmeabnahme der Atmosphäre unter den nördlichen Breiten, wenn die Erde mit Schnee bedeckt ist, fehlt es noch zu sehr, um etwas darüber fest setzen zu können. Das allgemeine Gesetz der

Man schreibe den gefundenen Ausdruck für Z in die Gleichung 5), so erhält man

$$6) \, dx = - \frac{BM}{\Delta} \frac{dy}{y} + \frac{BM}{\Delta} \frac{n(R-r)x}{h(1+nR)} \frac{dy}{y}.$$

Der erste Theil des Ausdrucks 6) für dx stimmt wieder mit 4) überein, sein Integral giebt die Höhe x ohne Rücksicht auf die Temperatur; das Integral des zweiten Theiles stellet die wegen der veränderlichen Temperatur nöthige Correction dar. Dieser Theil wird gegen den ersten immer klein seyn, und man kann sich daher zur Erleichterung der Rechnung erlauben, in dem zweiten Theil der Differentialgleichung 6) statt x das Integral des ersten

Theiles, $\frac{BM}{\Delta} \frac{dy}{y} = \frac{BM}{\Delta} \log. \left(\frac{B}{y} \right)$ vermöge 4)

zu schreiben, dies giebt

$$7) \, dx = - \frac{BM}{\Delta} \frac{dy}{y} + \left(\frac{BM}{\Delta} \right)^2 \frac{n(R-r)}{h(1+nR)} \log. \left(\frac{B}{y} \right) \frac{dy}{y}.$$

Hier-

der Abnahme der Wärme bleibt hiernach unentschieden. Es ist indessen leicht einzusehen, daß aus der Ungewissheit wenig Nachtheil für die Bestimmungen der Höhen mit dem Barometer erwachsen könne, wenn man die Temperatur der Luft an der obern und untern Station durch unmittelbare Beobachtungen gefunden hat, und beide Stationen nicht allzuweit auseinander liegen.

Hiervon ist das Integral

$$x = -\frac{BM}{\Delta} \log. y + \left(\frac{BM}{\Delta}\right)^2 \frac{n(R-r)}{h(1+nR)} \\ \left(\log. B. \log. y - \frac{(\log. y)^2}{2}\right) + \text{Const.}$$

Da nun x für $y = B$ verschwinden soll, so erhält man das vollständige Integral

$$x = \frac{BM}{\Delta} \log. \left(\frac{B}{y}\right) + \left(\frac{BM}{\Delta}\right)^2 \frac{n(R-r)}{h(1+nR)} \\ \left(-\frac{(\log. B)^2}{2} + \log. B \log. y - \frac{(\log. y)^2}{2}\right)$$

wofür man auch schreiben kann

$$x = \frac{BM}{\Delta} \log. \left(\frac{B}{y}\right) - \left(\frac{BM}{\Delta}\right)^2 \frac{n(R-r)}{h(1+nR)} \\ \left(\frac{(\log. B)^2 - 2 \log. B \log. y + (\log. y)^2}{2}\right)$$

oder endlich

$$8) x = \frac{BM}{\Delta} \log. \left(\frac{B}{y}\right) - \frac{n(R-r)}{2h(1+nR)} \\ \left(\frac{BM}{\Delta}\right)^2 \left(\log. \frac{B}{y}\right)^2$$

Setzet man hierin für y, b ; so verwandelt sich x in h , und man bekommt

$$9) h = \frac{BM}{\Delta} \log. \left(\frac{B}{b}\right) - \frac{n(R-r)}{2h(1+nR)} \\ \left(\frac{BM}{\Delta}\right)^2 \left(\log. \frac{B}{b}\right)^2$$

Aus

Aus dieser Gleichung läßt sich die gesuchte Höhe h durch lauter bekannte Größen bestimmen. Die Auflösung führet auf eine unreine quadratische Gleichung, und der Ausdruck ist für die Berechnung in Zahlen nicht geschmeidig genug. Um ihn für den Calcul bequemer einzurichten, darf man nur bedeuten, daß das erste Glied der Gleichung 9) den Werth von h schon nahe giebt; man lasse daher in dem zweiten Gliede den Factor $\frac{BM}{\Delta} \log. \frac{B}{b}$ im Zähler, gegen h in dem Nenner hinweg, so bekommt man

$$10) h = \frac{BM}{\Delta} \log. \left(\frac{B}{b} \right) - \frac{n(R-r)}{2(1+nR)} \frac{BM}{\Delta} \log. \left(\frac{B}{b} \right)$$

oder für $\frac{BM}{\Delta} \log. \left(\frac{B}{b} \right) = h'$ geschrieben.

$$11) h = h' - \frac{n(R-r)}{2(1+nR)} h'$$

wo h' die unverbesserte Höhe bezeichnet.

Aus der Ansicht der Formel 11) folgt, daß die Verbesserung der Höhe wegen der nach oben hin abnehmenden Temperatur der Luft, von dem Geſez der Ausdehnung der Luft durch die Wärme, dem Unterschiede der Temperaturen und der uncorrigirten Höhe abhängt. Man könnte, wenn der Werth von n einmal durch die Erfahrung aufgefunden worden ist, für den Factor $\frac{n(R-r)}{2(1+nR)}$ eine

ne Tafel berechnen, in welcher die Unterschiede der Temperatur $R - r$ von Zehnthheil zu Zehnthheilen Graden wüchsen, dann würde man vermittelst der Tafel leicht zu jeder uncorrigirten Höhe h' die nöthige Verbesserung berechnen können. Da indessen die unverbesserte Höhe selbst den Coëfficienten $\frac{BM}{\Delta}$ enthält, welcher mit der Temperatur veränderlich ist: so würde es für die Berechnung der Höhen noch bequemer seyn, wenn man die nöthige Correction sogleich in den Coëfficienten $\frac{BM}{\Delta}$ legen könnte. Dieß zu bewerkstelligen dienet die folgende Betrachtung.

Man sehe den obern Punkt C (Fig. 1.), für welchen der Barometerstand b gilt, als den Anfangspunkt der zu messenden Höhe an, und suche die Vertiefung des Punktes A, für welchen der Barometerstand B gilt unter C. Man setze dabey die veränderliche Tiefe $CB = x'$, behalte alle übrigen Bezeichnungen wie vorher bey, und verfähre ganz nach denselben Regeln: so erhält man, nach gehöriger Rechnung,

$$12) dx' = \frac{bm}{\delta} \frac{dy}{y} + \frac{bm}{\delta} \frac{(R-r)n}{h(1+nr)} x' \frac{dy}{y}$$

Hierin für x' das Integral des ersten Theiles $= \frac{bm}{\delta} \log, \left(\frac{y}{b}\right)$ geschrieben,

$$13) dx' = \frac{bm}{\delta} \frac{dy}{y} + \left(\frac{bm}{\delta}\right)^2 \frac{(R-r)n}{h(1+nr)} \log, \left(\frac{y}{b}\right) \frac{dy}{y}$$

inte-

integrirt, und die Constante zugefetzt

$$14) x' = \frac{bm}{\delta} \log. \left(\frac{y}{b} \right) + \frac{(R-r)n}{2h(1+nr)} \left(\frac{bm}{\delta} \right)^2 \left(\log. \frac{y}{b} \right)^2$$

Sezzet man hierin $y = B$, so verwandelt sich x' in h , und man findet

$$15) h = \frac{bm}{\delta} \log. \left(\frac{B}{b} \right) + \frac{(R-r)n}{2h(1+nr)} \left(\frac{bm}{\delta} \right)^2 \left(\log. \frac{B}{b} \right)^2$$

Die Gleichung 15) sollte mit der Gleichung 9) identisch seyn; sie ist es aber, strenge genommen, nicht, und der Grund davon liegt darin, weil man sich erlaubt hat, in den zweiten Gliedern der Differentialgleichungen für dx , und dx' statt x und x' die Integrale der ersten Glieder zu schreiben, dadurch ist die Correction in der Gleichung 9) etwas zu groß, und die Correction in der Gleichung 15) etwas zu klein ausgefallen. Man würde sich also der Wahrheit noch mehr nähern, wenn man zwischen den beiden Formeln 9) und 15) das arithmetische Mittel nähme. Läßet man dabey die zweiten Glieder als entgegengesetzt und sehr nahe gleich, weg: so erhält man, ohne sich von der Wahrheit zu entfernen, für h den sehr einfachen Ausdruck

$$16) h = \frac{1}{2} \left(\frac{bm}{\delta} + \frac{BM}{\Delta} \right) \log. \left(\frac{B}{b} \right),$$

Es kommt also nun darauf an, daß man die, zu den jedesmal oben und unten beobachteten Temperaturen und Barometerständen gehörigen Werthe von m , δ , M , Δ zu finden wisse.

Die

Die Formel 16) beziehet sich übrigens, wie wir wohl nicht zu erinnern nöthig haben, so wie alle vorhergehenden, auf die natürlichen Logarithmen. Will man die gemeinen Logarithmen brauchen, so muß man den Coëfficienten noch mit der beständigen Zahl 2,302585 multipliciren.

2.

Von der Ausdehnung des Quecksilbers und der Luft durch die Wärme.

Um die Größe der Ausdehnung des Quecksilbers durch die Wärme zu bestimmen, bieten sich vorzüglich zwei Wege dar, welche von den Naturforschern, die sich mit diesem Gegenstande beschäftigt haben, eingeschlagen worden sind. Der eine führet direct zum Ziele und besteht darin: man fülle ein Gefäß von bekannter Capacität, das sich in eine enge Oeffnung oder Röhre endiget, bey einer bestimmten Temperatur (z. B. der Eiskälte) mit Quecksilber, erhöhe die Temperatur des Gefäßes bis zu einem gewissen Grade (etwa der Siedhizze des Wassers,) und schliesse aus der Menge des aus dem Gefäße fließenden Quecksilbers, verglichen mit der Menge, die den ganzen Raum des Gefäßes bey der ursprünglichen Temperatur füllte, auf die Ausdehnung des Quecksilbers. Ein kleines Nachdenken zeigt, daß der Versuch unmittelbar nur den Unterschied der Ausdehnungen durch die Wärme von dem

dem Queckfilber und dem Gefäße giebt. Es muß daher außer der Capacität des Gefäßes, auch die Ausdehnung desselben durch die Wärme als bekannt angenommen werden. Gewöhnlich bedient man sich zu den Versuchen der gläsernen Gefäße. Da nun die Ausdehnung des Glases nach *einer* Dimension von der Eiskälte bis zur Siedhizze des Wassers aus den Angaben mehrerer Naturforscher im Mittel $= 0,0008$, also die körperliche Ausdehnung $0,0024$ beträgt, wenn man den Raum bey der Eiskälte $= 1$ sezzet: so ist die, durch den Versuch sich ergebende Ausdehnung des Queckfilbers um $0,0024$ zu vermehren. Delisle erhielt aus mehreren Versuchen im Mittel, für die relative Ausdehnung des Queckfilbers über die des Glases zwischen den genannten Temperaturen $0,0155$, wofür er jedoch bey der Einrichtung seiner Thermometer die runde Zahl $0,0150$ annahm.

Ich stellte am 9^{ten} Februar 1803 einen ähnlichen Versuch an, und fand für die relative Ausdehnung des Queckfilbers zwischen der Eiskälte und der Siedhizze des Wassers $0,01505$, also für die absolute Ausdehnung

$$0,01505 + 0,00240 = 0,01745.$$

Da nun nach Deluc's genauen Untersuchungen die Ausdehnung des Queckfilbers zwischen den genannten Grenzen sehr nahe gleichförmig ist: so findet man für die Ausdehnung des Queckfilbers durch einen Grad des Reaumurischen Thermometers

ters $= 0,000218$; oder für einen Grad der Centesimalscale $= 0,0001745$.

Diese Größe der Ausdehnung liegt bey den folgenden Angaben über die Dichten des Queckfilbers bey verschiedenen Temperaturen zum Grunde. Die andere Methode, deren man sich bedienet hat, um den Einfluß der Wärme auf die Dichte des Queckfilbers zu bestimmen, beruhet auf der Veränderung der Höhe der Queckfilberssäule in dem Barometer durch die Veränderung der Temperatur. Indem das Queckfilber durch die Wärme specifisch leichter wird, muß die Höhe desselben im Barometer, bey unverändertem Druck der Atmosphäre größer werden. Beobachtet man daher zwei harmonisirende Barometer zu gleicher Zeit, den einen in einer höhern, den andern in einer niedrigeren Temperatur: so wird der Unterschied beider Barometerstände, dem Unterschiede der Dichten des Queckfilbers für beyde Temperaturen proportional seyn. Hier kommt die Ausdehnung der Glasröhre nicht in Betracht, weil die Höhe des Barometerstandes lediglich von dem Drucke der Luft und dem specifischen Gewichte des Queckfilbers abhängt. Roy und Luz fanden, daß eine Queckfilberssäule von 27 pariser Zollen sich von der Eiskälte bis zur Siedhizze des Wassers um 5,5 Linien ausdehne. Reduciret man diese Größe auf die Ausdehnung für einen Grad, und sezzet den Raum bey der Eiskälte $= 1$, so erhält man für einen Grad Reaumur $= 0,000212$, für einen Grad der Centesimalscale $= 0,0001696$.

Um

Um die absolute Dichte des Queckfilbers bey verschiedenen Temperaturen zu bestimmen, beziehe ich mich auf einen Versuch, welchen der verstorbene Hofphysicus Ciarcy auf meine Veranlassung über das specifische Gewicht des mehrmals ausgekochten Queckfilbers (so wie es sich in den Barometern befindet,) angestellet hat. Er fand dasselbe bey einer Temperatur von 15° Reaumur $= 13,575$. Diese Zahl und die von mir gefundene Ausdehnung des Queckfilbers zum Grunde gelegt, sind die folgenden Dichten des Queckfilbers für verschiedene Temperaturen berechnet worden.

Tafel über die Dichten des Queckfilbers bey verschiedenen Temperaturen.

Temperatur nach Reaumur.			Dichte des Queckfilbers.		Beständ. Unterschied.
—	15 ^o	—	—	13,664	0,003
—	14	—	—	13,661	
—	13	—	—	13,658	
—	12	—	—	13,655	
—	11	—	—	13,652	
—	10	—	—	13,649	
—	9	—	—	13,646	
—	8	—	—	13,643	
—	7	—	—	13,640	
—	6	—	—	13,637	
—	5	—	—	13,634	
—	4	—	—	13,631	
—	3	—	—	13,628	
—	2	—	—	13,625	
—	1	—	—	13,622	
	0	—	—	13,619	
+	1	—	—	13,616	
+	2	—	—	13,613	
+	3	—	—	13,610	
+	4	—	—	13,607	
+	5	—	—	13,604	
+	6	—	—	13,601	
+	7	—	—	13,598	
+	8	—	—	13,595	
+	9	—	—	13,592	
+	10	—	—	13,590	
+	11	—	—	13,587	
+	12	—	—	13,584	
+	13	—	—	13,581	
+	14	—	—	13,578	
+	15	—	—	13,575	
+	16	—	—	13,572	
+	17	—	—	13,569	
+	18	—	—	13,566	
+	19	—	—	13,563	
+	20	—	—	13,560	
+	21	—	—	13,557	
+	22	—	—	13,554	
+	23	—	—	13,551	
+	24	—	—	13,548	
+	25	—	—	13,545	

Da die Unterschiede gleich bleiben, so lassen sich die zwischen die angegebenen Dichten fallenden Werthe leicht durch Interpolirung finden.

Bestimmung der mit dem Barometer - und Thermometerstände veränderlichen Dichte der Luft.

Wir schreiten nun zur Bestimmung der Dichten der Luft bey verschiedenen Barometer - und Thermometerständen. Ueber diesen Gegenstand herrscht seit geraumer Zeit eine grosse Verschiedenheit der Meynungen unter den Naturforschern; jedoch sind dieselben über den Einfluss, welchen der Barometerstand auf die Luft äussert, nicht getheilet, alle huldigen dem mariottischen Gesezze. Was aber den Einfluss der Wärme auf die Luft betrifft, so entstehet hier die doppelte Frage: wie gross ist die Ausdehnung der Luft bey einer bestimmten Erhöhung der Temperatur? und findet bey jeder Temperatur und Beschaffenheit der Luft dasselbe Gesez der Ausdehnung statt?

Prieur hat im Jahr 1790 eine Reihe von Versuchen über die Ausdehnungen der Gasarten geliefert *), wonach er für die atmosphärische Luft fol-

*) Siehe *Annales de Chimie* Vol. I. und *Journal de l'Ecole Polytechnique* Cahier II.

folgende Ausdehnungen von 20 zu 20 Graden des Reaumurischen Thermometers angiebt, wenn man den Raum bey der Eiskälte = 1 sezzet.

$$20^{\circ} - 0,0789$$

$$40 - 0,2572$$

$$60 - 0,6588$$

$$80 - 0,9389$$

Die Scale der Ausdehnungen fiel hiernach ungleichförmig und mit den höhern Temperaturen wachsend aus. Prieur's Versuche waren es, welche mich zu meinen frühern im Jahre 1797 vorgenommenen Arbeiten *) bewogen. Ich fand die Ausdehnung der trocknen atmosphärischen Luft durch die Wärme gleichförmig, und nahm im Mittel aus meinen damaligen Versuchen die Grösse der Ausdehnung von 0 — 80° Reaum. = 0,3574 an. Dagegen fand ich die Ausdehnung der in Gefäßen mit Feuchtigkeit zugleich eingeschlossenen Luft in den höhern Temperaturen stark wachsend, und schloß daraus, daß sich in Prieur's Apparat Feuchtigkeit möchte eingeschlichen, und er also nicht bloß die Ausdehnungen der Luft, sondern zugleich der sich entbindenden Wasserdämpfe gemessen haben. Ich zog ferner aus meinen Versuchen die Folge, daß die Wärme in der Atmosphäre, nach dem Zustande der Feuchtigkeit, eine verschiedene Wirkung äußern möge, indem ich unsern Dünstkreis gleichsam als ein

*) Siehe Gren's *neues Journal der Physik*, 4. Band 5. Heft.

ein Gemenge von Luft und Wasserdämpfen betrachtete. Allein hierin habe ich mich zum Theil geirret, und Gay - Lussac, welcher nach seinen späterhin angestellten Versuchen den Satz aufstellte: daß das chemisch mit den Gasarten verbundene Wasser ihre Expansion durch die Wärme nicht bedeutend verändere, hat Recht, in so fern man die Wärme auf eine, in Gefäßen eingeschlossene, Luft wirken läßt, und durch die Erhöhung der Temperatur keine andere Wirkung auf die Luft, als eine bloße Expansion hervorgebracht wird, wie dies auch meine neuern Versuche mit dem Luftthermometer beweisen. Demungeachtet glaube ich aus meinen zahlreichen correspondirenden Beobachtungen des Thermometers, Barometers und Manometers die Folge ziehen zu müssen: daß in dem freien Dunstkreis, außer dem thermometrischen und barometrischen Einflüsse, noch andere Ursachen auf die Dichte der Luft bisweilen wirken, wofür bis jezt kein allgemeines Gesetz aufgefunden worden ist. Schreibt man, so lange die wahre Ursache jener Veränderungen in der Dichte der atmosphärischen Luft unbekannt bleibt, sie auf Rechnung einer veränderlichen Ausdehnung durch die Wärme, und sucht zwischen dem veränderlichen Exponenten der Ausdehnung, welchen wir in dem ersten Abschnitte als unveränderlich angenommen, und mit n bezeichnet haben, ein Mittel: so weicht dasselbe wenig von dem Werthe ab, welchen man findet, wenn man die Wärme auf eine in Gefäße eingeschlossene Luftmasse wirken läßt. Doch ich will

mit diesen Folgen aus meinen Beobachtungen dem geneigten Leser nicht vorgreifen, sondern schreite vielmehr zur Darlegung der Beobachtungen selbst, und zwar in der Ordnung, wie ich sie der Zeitfolge nach angestellt habe. (*Man sehe hier die Erste Tafel correspondirender Beobachtungen*).

Es ist vor allen Dingen nöthig, daß ich eine kurze Beschreibung der Instrumente, und der Art, wie ich bey der Anstellung und Berechnung der Beobachtungen verfahren bin, gebe. Ich bediente mich eines heberförmigen Barometers, der mit einer Luzischen Correctionscale für die Ausdehnung des Queckfilbers durch die Wärme versehen war, und die in dieser Tafel enthaltenen Barometerstände sind nach der Thermometerscale auf die Temperatur von $+ 10^{\circ}$ Reaumur reduciret. Von den beyden Queckfilberthermometern, deren Siedpunkt bey 27 Zoll 9 Linien Barometerstand bestimmt war, hieng der eine in dem Gehäuse, worin sich der Manometer befand, der andere aber vor einem nach Norden gehenden Fenster. Der Haarhygrometer befand sich gleichfalls in dem Gehäuse bey dem Manometer. Der Manometer selbst hatte die von Otto v. Guericke vorgeschlagene Einrichtung. Ein grosser hohler gläserner Ballon, der hermetisch verschlossen war, wurde durch ein kleines metallenes Gewicht an einem empfindlichen Wagebalken im Gleichgewicht erhalten. Der gläserne Ballon war ein nicht ganz regelmäßiges Ellipsoid

m Gewitter.

May 11		März 2	
26	123	27	9,5
27	124	27	9,4
28	125	27	10,5
	126	27	9,2
4	127	28	0,1
5	128	27	11,7
6	129	27	10,5
7	130	27	10,3
8	131	27	11,0
	132	27	5,5
	133	27	5,5

Zeit Beob- achtung	et. et.	Unter- schied.	Hygro- meter.	Wind und Witterung.
179				
2		- 6	76	einzelne Wolken.
Feb 9		- 13	77	_____
1		+ 7	77	_____
1		- 5	77	bedeckt. N. W.
3		- 17	78	Regen. N. W.
2		- 4	78	_____
8		+ 6	78	_____ N.
0		+ 32	76	heiter. N.
7		- 21	76	stürmisch. S.
5		+ 5	77	bedeckt. S.
1		- 7	77	stürmisch.
3		- 19	77	Sonnenschein. S.
0		+ 2	77	_____
5		- 3	77	_____
1		+ 31	75	_____ W.
3		+ 18	75	_____
1		+ 1	75	_____
2		+ 12	73	heiter. N.
0		+ 18	73	_____
5		- 6	75	Gewitter.
7		- 11	75	Sonnenschein.
5		- 2	75	Nebel.
0		- 27	77	Regen.
3		- 12	75	bedeckt.
3		+ 25	75	heiter. N. O.
0		+ 24	75	_____
3		- 10	74	_____
0		- 27	71	Hehrrauch.
4		- 4	71	Gewitter.
0		- 25	68	Regen.
3		+ 10	68	_____
0		+ 5	72	heiter.
0		- 23	79	Regen.
		- 3	72	heiter.

foid, der verticale Durchmesser hatte 10,775 pariser Zolle, der Durchmesser des größten horizontalen Querschnittes 11,7 Zolle; es fiel aber dieser Querschnitt nicht in die Mitte der verticalen Axe, sondern war von dem obern Punkte der Axe 4,509 Zolle entfernt. Die Unregelmäßigkeit in der geometrischen Gestalt des Körpers veranlaßte mich, seinen Raum auf eine mechanische Weise durch das Aichen im Wasser, zu bestimmen. Dabey verfuhr ich folgendermaßen: In einer eudiometrischen Wanne, deren wagrechter Querschnitt eine Ellipse bildete, brachte ich in einer bestimmten Höhe eine Oeffnung mit einem Hahne an, füllte die Wanne voll Wasser, und ließ dasselbe nach Oeffnung des Hahns bis auf die, durch den Hahn bestimmte Höhe ablaufen; nun tauchte ich den gläsernen Ballon in der Wanne unter Wasser, und berechnete aus dem Gewichte des durch den Hahn ablaufenden Wassers den Raum des Ballons. Als derselbe darauf wieder aus dem Wasser hervorgezogen wurde, so gab die Senkung des Wasserspiegels, multipliciret mit dem Querschnitte der Wanne, gleichfalls den Raum des gläsernen Ballons. Beyde Rechnungen lieferten folgende Resultate:

Inhalt der Manometerkugel nach dem Gewicht des ab- gelaufenen Wassers	778,7 Cub. Z. par. M.
---	-----------------------

nach der Senkung des Waf- ferspiegels	782,6
--	-------

Mittel	780,65
--------	--------

C 2

Die

Die Ungewissheit in der Bestimmung des geometrischen Raumes beträgt demnach 2 Cubikzolle, oder $\frac{1}{390}$ des Ganzen.

Berechnet man dagegen den Inhalt des Glaskörpers, als aus zwey ellipsoidischen Segmenten von ungleicher Grösse bestehend, welche durch die Umdrehung zweyer elliptischen Abschnitte um die grosse Axe des Ballons entstanden sind: so findet man aus den oben angegebenen Maassen für den Inhalt

Inhalt	—	—	—	772,3	Cub. Z.
hierzu für den Hals ohngefähr				0,5	—
Summe				772,8	Cub. Z.

Ich finde mich aber aus den schon angeführten Gründen bewogen, die erstere Bestimmung für die richtigere zu halten. Der geometrische Raum des cylindrischen Gegengewichts betrug 6,3 Cubikzolle, folglich der eigentlich in Rechnung kommende Raum des manometrischen Körpers 774,35 Cubikzolle. Der Wagebalken meines Manometers hat 18 pariser Zolle in der Länge, und giebt bey der Beschwerung, die er trägt (etwas über 5 lb Cölln.) auf 4 Richtpfennigtheile einen bemerkbaren Ausschlag. Die sämmtlichen Instrumente waren in einem grossen Zimmer aufgestellt, dessen Fenster nach Norden gehen, und worin im Winter nicht eingeheizt wurde.

Da der Manometer blofs die Unterschiede der Dichten der Luft anzeigt, so suchte ich die absolute Dichte der Luft durch eine barometrische Messung

lung einer zugleich trigonometrisch bestimmten Höhe auszumitteln.

Gehen wir auf die (I. 10.) gefundene Formel zurück, und nehmen an, die Temperatur sey oben und unten gleich, oder unbedeutend verschieden: so erhalten wir

$$\Delta = \frac{BM}{h} \log. \frac{B}{b}.$$

Nimmt man h durch die trigonometrische Messung bekannt, und die übrigen Größen bis auf Δ ebenfalls als gegeben an, so läßt sich durch die Formel die Dichte der Luft für den untern Beobachtungsort berechnen.

Auf diese Weise fand ich aus der Höhe der hiesigen Sternwarte über dem botanischen Garten, welche ich durch wiederholte Messungen mit einem Spiegelsextanten von Ramsden 78,3 par. Fuß gefunden hatte; so wie aus der barometrisch und trigonometrisch bestimmten Höhe des benachbarten Kleiberges *) die absolute Dichte der Luft bey 15° Reaum. zur Zeit der mit einem * bezeichneten neunten Beobachtung 0,001212 von der Dichte des Wassers.

Hieraus habe ich das absolute Gewicht von 774,35 Cubz. Luft = 5174 Richtpfennigtheile berechnet, indem ich dabey nach meinen frühern Versuchen

*) Diese Messung soll im Verfolg der Abhandlung umständlich dargelegt werden.

fuchen das Gewicht eines pariser Cubikzolles Wasser = 5512,5 Richtpfennigtheile annahm. Die übrigen, in der 6ten Columnne der Tafel enthaltenen, Zahlen sind durch Addition oder Subtraction der, an dem Manometer gefundenen, Zulegegengewichte und dem berechneten Normalgewichte von 5174 Richtpfennigtheilen entstanden. Die Zahlen der folgenden 7ten Columnne sind späterhin auf die nachstehende Weise berechnet worden.

Vorausgesetzt, die Ausdehnung der Luft durch die Wärme sey gleichförmig, und die Größe derselben für einen Grad der Thermometerscale sey = n , den Raum bey der Eiskälte = 1 genommen: so hat man, wenn

$$\begin{array}{ccc} b, & t, & d \\ B, & T, & D \end{array}$$

zusammengehörige Barometerstände, Temperaturen und Dichten der Luft bezeichnen

$$\text{oder} \quad d : D = \frac{b}{1 + nt} ; \frac{B}{1 + nT}$$

$$d : D = b (1 + nT) : B (1 + nt)$$

Nimmt man in dieser Proportion alles bis auf D für bekannt an, so ergibt sich

$$1) \quad D = \frac{B}{b} \frac{1 + nt}{1 + nT} \cdot d$$

Sucht man dagegen n , indem man alles übrige als bekannt ansieheth, so erhält man

$$2) \quad n = \frac{dB - Db}{TDb - tdB}$$

Ver-

Vermittelt der Formel 2) berechnete ich n aus mehreren Beobachtungen, die bey sehr verschiedenen Temperaturen waren angestellt worden, und fand den Werth von 0,0045 bis zu 0,0054 veränderlich; das Mittel aus vielen von mir berechneten Beobachtungen gab aber den Werth von n wenig von 0,004744 verschieden, einer Größe, welche ich späterhin aus den unten folgenden Beobachtungen mit dem Luftthermometer abgeleitet habe. Diese Größe von n und die aus der 9ten Beobachtung sich ergebenden Werthe

von $b = 27$ Zoll 11,6 Linien

$t = 15^{\circ}$

$d = 5174$

liegen den Berechnungen der Zahlen der 7ten Columne zum Grunde, welche übrigens nach der oben gegebenen Formel 1) geführt worden sind. Die nächst folgende Columne giebt die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Dichten der Luft an.

Schon ein flüchtiger Blick auf diese Spalte zeigt, daß darin nicht unbedeutende Unterschiede vorkommen, obgleich dieselben im Ganzen genommen sich ziemlich ausgleichen, und manche nur von Fehlern der Beobachtungen herrühren mögen. Hierher rechne ich alle Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Dichten, welche weniger als 12 Richtpfennigtheile betragen, indem ich die Schärfe, mit welcher das Gleichgewicht an der Wage beobachtet wurde, im Mittel auf 8 Richt-

pfen-

pfennigtheile, die Schärfe für die Barometerbeobachtungen auf 0,1 Linie, die der Thermometerbeobachtungen 0,1 Grad schätze.

Sucht man nach der Formel 2) aus den Beobachtungen des Thermometers, Barometers und Manometers die Grösse n : so wird der Einfluss der Gränzen der Ungewissheit in den Beobachtungen viel grösser, wie die folgende Betrachtung lehret.

Man differentiire die Formel

$$n = \frac{dB - Db}{TDb - tdB}$$

indem man zuerst d , dann b , und endlich t veränderlich setzt. Es heisse zu dem Behuf

$$1) d = x,$$

so erhält man

$$d'n = \frac{(T - t) DBb dx}{(TDb - tBx)^2}$$

$$2) b = y$$

so bekommt man

$$d''n = \frac{(T - t) DBd dy}{(TDy - tBd)^2}$$

$$3) t = Z$$

so wird

$$d'''n = \frac{(B - b) Ddb dZ}{(TDb - dbZ)^2}$$

Schreibt man in diesen drey Differentialen für $dx = 8$; $dZ = 0,1$; $dy = 0,1$

und

$$\begin{aligned} \text{und für } T &= 3,45 & t &= 13,97 \\ B &= 27 \text{ Z. } 8,06 \text{ L.} & b &= 27 \text{ Z. } 9,5 \text{ L.} \\ D &= 5396 & d &= 5164 \end{aligned}$$

(die Werthe, wie sie sich im Mittel aus allen Beobachtungen über und unter der mittlern Temperatur ergeben): so erhält man

$$d' n = 0,00023394$$

$$d'' n = 0,000046325$$

$$d''' n = 0,000007564$$

$$\text{Summe oder } d n = 0,000288029$$

Da der Fehler, wenn er bey jedem der 6 in Rechnung kommenden Elementen begangen worden wäre, im ungünstigsten Falle selbst zum Doppelten des eben gefundenen Werthes anwachsen könnte: so würde $\frac{d n}{n}$ sehr nahe $\frac{1}{9}$ betragen. Man wird daher aus einzelnen Beobachtungen mit wenig Zuverlässigkeit auf den Werth von n schliessen können. Ich versuchte daher aus mehreren Beobachtungen, im Mittel genommen, den Werth von n abzuleiten. So erhielt ich aus den mittlern Barometer - Thermometer - und Manometerständen der 3ten bis 16ten Beobachtung, verglichen mit denen der 61 — 68ten Beobachtung, welche sämmtlich bey N. O. heiterer und trockner Witterung angestellet waren,

$$n = 0,005054.$$

Auf ähnliche Weise findet man aus den Beobachtungen von No. 33 — 46, verglichen mit den Beobachtungen von No. 110 — 119, die sämmtlich bey

bey S. W. und feuchter Witterung gemacht worden sind,

$$n = 0,004658.$$

Hieraus ergäbe sich für die feuchte Luft eine kleinere Ausdehnung als für die trockne, also gerade das Gegentheil von dem, was ich aus meiner frühern Hypothese ableitete.

Aus den Beobachtungen No. (97 — 104), verglichen mit No. (126 — 131), welche bey Schneeluft angestellet worden sind, folget

$$n = 0,004717.$$

Aus allen über der mittlern Temperatur liegenden Beobachtungen, verglichen mit dem Mittel aus allen Beobachtungen, folget

$$n = 0,004648.$$

Aus allen unter der mittlern Temperatur liegenden Beobachtungen, verglichen mit demselben Mittel, erhält man

$$n = 0,004884.$$

Endlich aus allen Beobachtungen über der mittlern Temperatur, verglichen mit allen Beobachtungen unter der mittlern Temperatur, kommt

$$n = 0,004787.$$

Die grosse Verschiedenheit, welche unter den auf die Art aus meinen Beobachtungen abgeleiteten Werthen von n herrscht, bewog mich eben, für die Berechnung der Dichten der Luft einen Werth von n zum Grunde zu legen, welchen ich, unab-

hän-

hängig von allen manometrischen Beobachtungen, aus meinen mit dem Luftthermometer angestellten Versuchen abgeleitet hatte, und bloß darauf Rücksicht zu nehmen ob die zwischen den beobachteten und berechneten Dichten der Luft Statt findenden Unterschiede sich innerhalb der Gränzen der Schärfe der Beobachtungen hielten. Da dies aber, wie wir bereits erwähnt haben, nicht der Fall war, so wurde ich bey der Revision meiner frühern correspondirenden Beobachtungen gegen diese überhaupt mistrauisch, besonders da ich bemerkte, daß zwischen der Temperatur des Zimmers, worin die beobachteten Instrumente aufgestellt waren, und der Temperatur der freien Luft bey vielen Beobachtungen ein großer Unterschied herrschte. Ich beschloß daher im Jahr 1806 nochmals eine solche Reihe correspondirender Beobachtungen anzustellen, und dabey Sorge zu tragen, daß vor der Beobachtung der verschiedenen Instrumente jedesmal die Temperatur der Luft in dem Zimmer durch Oeffnung der Fenster, so viel möglich, der Temperatur im Freien nahe gebracht wurde. Während den Beobachtungen selbst wurden die Fenster wieder geschlossen, weil sonst durch einen Luftzug die Beobachtungen des Manometers sehr hätten gestört werden können. Die hier beigeheftete zweite Tafel enthält diese Reihe von 100 Beobachtungen, wovon 50 in den Sommermonaten, die andern 50 in den Herbst- und Wintermonaten angestellt worden sind.

Die

Die Einrichtung der zweyten Tafel ist dieselbe wie bey der ersten. Das absolute Gewicht der Luft wurde bey der zwölften Beobachtung aufs neue durch eine abermalige Höhenmessung des Kleibergs bestimmt, und die gefundene Grösse $= 5152$ Richtpfennigtheile lieget den übrigen berechneten Werthen der 7ten Columnne zum Grunde. Es ist also diese ganze Reihe von Beobachtungen von der erstern Reihe völlig unabhängig.

Werfen wir einen Blick auf die Reihe der Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Dichten der Luft, so erhellet sogleich, daß die während den Monaten Junius und Julius angestellten Beobachtungen Unterschiede geben, welche sich grösstentheils innerhalb der Gränzen der Genauigkeit der Beobachtungen halten. Freilich ist dabey zu bedenken, daß während diesen Beobachtungen die Aenderungen in der Dichte der Luft, einige wenige ausgenommen, überhaupt nicht sehr beträchtlich waren. Dagegen fallen die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten manometrischen Werthen in der zweyten Hälfte der Beobachtungen wieder grösser aus, als daß man sie bloß Fehlern der Beobachtung zuschreiben könnte. Besonders bemerkenswerth ist der Umstand, daß alle während den Monaten October und November angestellten manometrischen Beobachtungen (eine ausgenommen) die Dichten der Luft grösser gaben, als die berechneten Dichten; dagegen der umgekehrte Fall bey den in den Monaten December und Januar angestellten Beobachtungen eintrat.

Wäh-

el

Briefw. 1s Hest zur Seite 44)

ung.

Wind und Witterung.

V.

Gewitterbildung.

während einem Gewitter.

regnig. N. W.

heiter. N. W.

bedeckt.

bedeckt.

S. W.

Regen.

heiter. N. W.

terregen.

V.

Baromet. berechnet.	Unter- schied.	Wind und Witterung.
5485	— 5	bedeckt. N.
5453	— 11	_____
5438	+ 6	heiter. N.
5428	— 12	neblicht. W.
5401	— 17	_____
5457	— 9	duftig.
5465	— 17	ebenso.
5439	— 7	Schnee bedeckt. W.
5351	— 23	schneite. S. W.
5313	— 23	Thauwetter. S. W.
5303	— 37	_____
5317	— 19	_____
5310	— 12	_____
5252	— 26	schneite.
5251	— 7	bedeckt. S.
5288	— 6	bedeckt. N.
5305	— 9	_____
5515	— 11	_____ N.
5517	— 5	_____
5529	— 9	_____
5520	— 8	_____
5477	— 5	Schneeluft. N.
5509	+ 3	heiter. N.
5496	0	bedeckt. N.
5491	— 15	Schnee. N. W.
362,66	+ 1,34	
258,03	— 1,28	

Während der erstern Beobachtungen regnete es nur zweymal, übrigens war heitere Witterung, denn der Nebel, welcher während den am Morgen angestellten Beobachtungen in den Novembertagen zuweilen sich zeigte, lösete sich gegen Mittag wieder zu heiterer Witterung auf. Dagegen fast alle Beobachtungen im December und Januar bey wirklichem Regen oder Schnee, oder doch bey bedecktem Himmel angestellet worden sind. In Hinsicht der Winde kann man in Bezug auf die manometrischen Unterschiede nichts allgemeines auffinden, da sowohl während der im October und November, als während der im December und Januar angestellten Beobachtungen sehr entgegengesetzte Winde herrschten.

Bey meinen frühern in den Jahren 1798 — 99 angestellten Beobachtungen sind überhaupt diejenigen, welche die, an dem Manometer beobachteten, Dichten der Luft geringer gaben, als die berechneten, weit zahlreicher. Unter den 45 Beobachtungen, welche die Luft dichter angaben, als sie nach den Barometer - und Thermometerständen berechnet wurde, sind jedoch die meisten bey trockner Witterung angestellet worden.

Leitet man aus dem arithmetischen Mittel der 50 in den Sommermonaten angestellten Beobachtungen

$$b = 27 \text{ Z. } 9,9496 \text{ L.}$$

$$t = 14,474 \text{ Grade}$$

$$d = 5149,5$$

ver-

verglichen mit dem Mittel der 50 in den Wintermonaten angestellten Beobachtungen

$$B = 27 \text{ Z. } 9,1848 \text{ L.}$$

$$T = 4,746 \text{ Grade}$$

$$D = 5364$$

nach der Formel

$$n = \frac{dB - Db}{TDb - tdB}$$

den Exponenten der Ausdehnung der Luft durch die Wärme her; so findet man $n = 0,004880$.

Ich schreite nun zur Darstellung meiner Versuche mit dem Luftthermometer, welche ich unternommen habe um die Grösse und das Gesez der Ausdehnung der Luft durch die Wärme zu bestimmen.

Der Luftthermometer, dessen ich mich zu den nachfolgenden Versuchen bediente, hatte die Gestalt eines Gefäsbarometers, dessen Kugel oben bey a (Fig. 2.) zugeschmolzen war; die Länge der cylindrischen Röhre von d bis f betrug 39 par. Zolle, ihr Durchmesser 0,1055 Zoll. Oben bey f endigte sich die Röhre in ein kleines Gefäs, das bey dem Füllen des Apparats die nöthige Menge von Quecksilber aufnahm, welches, nachdem es in der Röhre (nach Art der Barometer) mehrmals war ausgekocht worden, bey dem Umwenden des Werkzeugs herabsank, und das grössere Gefäs ab bis beynahe zur Hälfte anfüllte, indessen sich in dem obern Thei-

Theile der Röhre eine Toricellische Leere bildete. Ich brauche nicht zu erinnern, daß während der Operation die Oeffnung der feinen Spitze a des untern Gefäses nicht verschlossen war. Bey dem Verschliessen derselben wurde, um der einzusperrenden Luft mehr Spannkraft zu geben, das untere Gefäß in Eis gesetzt, und darauf die Spitze a zugeschmolzen. Dies geschah im Februar 1803 bey nebligtem Wetter, jedoch wurde die Füllung des Luftthermometers in einer geheizten Stube vorgenommen.

Das untere Gefäß hatte die Gestalt einer Ellipsoide, deren verticale Axe = 1,9 Zolle, die horizontale = 1,75 Zolle P. M. betrug. Der mit Luft erfüllte Raum des Gefäßes betrug 1,744 Cubikzolle, und das Verhältniß desselben zu dem Raume von 1 Zoll Länge der Röhre war 1 : 0,005014.

Nachdem der Apparat so zugerichtet war, wurde er in ein hohes cylindrisches Gefäß mit siedendem Wasser gebracht, so daß die ganze Quecksilbersäule theils mit dem siedenden Wasser, theils mit den davon aufsteigenden Dämpfen umgeben war, und der Siedpunkt e bey einem mittlern Barometerstande von 27 Zoll 9 Linien bestimmt.

Als der Luftthermometer wieder aus dem siedenden Wasser herausgenommen wurde, bemerkte man Spuren von Verkalkung des Quecksilbers im untern Gefäße. Die glänzende Metallfläche war verschwunden, und dagegen mit einem gelbbraunen Staube überzogen. Ein Theil des Oxydes schwebte
als

als sichtbarer Dunst in dem mit der Luft erfüllten Raume des Gefäses, und schlug sich erst nach einiger Zeit an die Wände des Glases nieder.

Das Gefäs des Luftthermometers wurde nun absichtlich mehrmals und längere Zeit in siedendes Wasser gebracht, um den Oxydationsproceß zu beendigen, und darauf der Siedpunkt nochmals geprüft; es ergab sich keine Veränderung an demselben. Jetzt wurde der Eispunkt *c* zuerst in schmelzendem Schnee, und dann noch bey einer Temperatur der Luft = 0° R. berichtigt. Das so zubereitete Werkzeug blieb wegen anderer Beschäftigungen über ein Jahr lang ruhig hängen.

Am 9^{ten} Februar 1804 untersuchte ich die beyden festen Punkte abermals, und fand sie noch unverändert. Eben so wenig konnte ich eine Vermehrung des Quecksilberoxydes in dem innern Raume des Gefäses gewahr werden, obgleich ein kleiner Theil des Quecksilbers als Dampf in die Höhe gestiegen war, und sich in der hohlen Spitze, so wie an dem obern Theil des Glasgewölbes als ein feiner Thau niedergeschlagen hatte. Nach den angeführten Thatfachen glaubte ich den Oxydationsproceß in dem Gefäs als völlig beendiget, und die festen Punkte des Luftthermometers als gehörig berichtigt annehmen zu dürfen. Ich befestigte vorläufig einen in Zolle und Zehntheile derselben getheilten Maassstab längst der Röhre, um die Grösse der Vermehrung der Elasticität der Luft durch eine Tem-

Temperaturerhöhung von der Eiskälte bis zur Siedhizze zu messen.

Bestimmung der Ausdehnung der Luft von der Eiskälte bis zur Siedhizze durch den Luftthermometer.

Die Höhe der Quecksilberfäule meines Luftthermometers, von dem Scheitel der untern Biegung gemessen, betrug bis an

das Niveau im Gefäs	—	—	1,95 Zolle
in der Röhre bis an den Eispunkt	29,30	—	
bis an den Siedpunkt	—	—	38,60 —

folglich die Zunahme der Elasticität der eingesperrten Luft von 0 bis 80 Grad Reaum., 9,3 Zolle *).

Diese Grösse bedarf einer doppelten Correction; erstens wegen der Veränderlichkeit des Niveau im Gefäse, und dann wegen der Ausdehnung der Luft, indem sich das Quecksilber in der Röhre erhob. Die erste Verbesserung beträgt

$$\left(\frac{0,1055}{1,75}\right)^2 \times 9,3 = 0,03382 \text{ Zolle.}$$

Die andere berechne ich folgendermassen. Der Raum der Luft bey der Eiskälte betrug 1,744 Cbz.;
der

*) Alle hier und in der Folge vorkommenden Maasse beziehen sich auf das altfranzösische.

der Raum von 1 Zoll Röhre machte 0,005014 Theile von dem Raume der Luft im Gefäße aus, daher 9,3 Zoll Röhre = 0,04663 Theile von dem Raume der Luft. Da nun die, durch den Versuch gefundene, Elasticität der eingeschlossenen Luft bey der Siedhize $38,6 + 0,03382 - 1,95 = 36,6838$ Zolle betrug: so würde sie, ohne die Ausdehnung der Luft im Gefäße um 0,04663 $\times 36,6838 = 1,7105$ Zolle grösser gewesen seyn.

Sonach ergeben sich die verbesserten Quecksilberhöhen bey der Siedhize = 38,3943 Zolle
bey der Eiskälte = 27,35 —

Zunahme der Elasticität 11,0443 Zolle.

Um hieraus auf die Ausdehnung der Luft von der Eiskälte bis zur Siedhize zu schliessen, muß man ferner bedenken, daß das spezifische Gewicht der Quecksilberfäule bey beyden Temperaturen in dem Verhältnisse von 13,619 zu 13,383 stand. Man hat daher endlich für das wahre Verhältniß der Elasticitäten der eingesperrten Luft bey der Eiskälte und Siedhize

$$27,35 \times 13,619 : 38,3943 \times 13,383 = 1 : 1,3795;$$

also für die Grösse der Ausdehnung der Luft, ohne Rücksicht auf die Ausdehnung des Glases

$$0,3795.$$

Setzt man die Ausdehnung der Luft durch die ganze Scale des Thermometers zwischen dem Eispunkt und der Siedhize gleichförmig, so erhält man

man für die Ausdehnung der Luft durch einen Grad der Wärme nach Reaumur $\frac{0,3795}{80} = 0,004744$ *).

Diesen Versuch wiederholte ich noch zweymal, nämlich am 16ten und 17ten Januar 1807, nachdem ich zuvor die Spize des Luftthermometers aufgebrochen, und das Instrument eine Zeitlang offen neben einem geheizten Ofen aufgehängt hatte. Der Versuch am 16ten Januar gab, nach gehöriger Berechnung, für die Grösse der Ausdehnung der Luft von dem Eis - bis zum Siedpunkt $= 0,3825$, der Versuch am 17ten Januar $= 0,3819$.

Zwischen den beyden letzten Versuchen war der Luftthermometer abermals geöffnet, und durch Erwärmung des untern Gefäses im heißen Wasser ein beträchtlicher Theil der Luft herausgetrieben worden, um zu prüfen, ob die Grösse der Ausdehnung für eine stärker verdünnte Luft noch dieselbe sey.

D 2

Nimmt

*) Dies ist die Grösse, welche ich bey der Berechnung der manometrischen Aenderungen der Luft aus den gleichzeitigen barometrischen und thermometrischen Aenderungen in den oben mitgetheilten beyden Tafeln meiner correspondirenden Beobachtungen zum Grunde gelegt habe. Das Mittel aus allen meinen Versuchen mit dem Luftthermometer gab zwar die Ausdehnung der Luft etwas grösser, aber doch so wenig, dass ich es nicht der Mühe werth hielt die weitläufigen Berechnungen alle deswegen nochmals vorzunehmen.

Nimmt man zwischen den drey zu verschiedenen Zeiten und unter verschiedenen Umständen durch den Luftthermometer gefundenen Resultaten das Mittel, so erhält man für die Grösse der Ausdehnung der Luft vom Eis - bis zum Siedpunkt $= 0,3813$; oder für einen Grad der reaumurischen Scale $= 0,004766$; wobey jedoch die Ausdehnung des Glases noch in Anschlag zu bringen ist. Diese Grösse weicht von der, aus dem Mittel meiner frühern correspondirenden Beobachtungen des Barometers, Thermometers und Manometers, wo sich $n = 0,004787$ fand, nur um $0,000021$ ab; dagegen der aus den spätern 100 correspondirenden Beobachtungen abgeleitete Werth von $n = 0,004880$ um $0,000114$ davon differiret.

Um ferner mittelst des Luftthermometers das Gesez der Ausdehnung der Luft in den mittleren Temperaturen, so wie sie gewöhnlich in der Atmosphäre vorkommen, zu prüfen, hielt ich es am zweckdienlichsten, die Scale des Luftthermometers unter der Voraussetzung einer gleichförmigen Ausdehnung der Luft durch die Wärme zu graduiren, und darauf den Gang des Luftthermometers gegen den eines wohleingerichteten Quecksilberthermometers zu beobachten. Hierzu diente die folgende Berechnung.

Um die Grade des Luftthermometers mit den Graden des Quecksilberthermometers zwischen den festen Punkten übereinstimmend zu machen, hat man nicht nöthig auf das veränderliche Niveau des Queck-

Queckfilbers im Gefäße zu sehen, weil hierdurch alle Grade um gleichviel kleiner werden, und auf die absolute GröÙe der einzelnen Grade nichts ankommt. Dagegen muß man auf die Correctionen wegen der Ausdehnung der Luft im GefäÙe, und wegen des veränderlichen specifischen Gewichtes des Queckfilbers Rücksicht nehmen.

Es heiÙe die Queckfilbersäule, welche die eingeschlossene Luft bey der Eiskälte trägt, a ,
 die bey der Siedhize $a + b$,
 die bey einer mittleren Wärme t , $a + x$.

Der Raum von 1 Zoll Länge der Röhre betrage n Theile vom Raume der Luft im GefäÙe bey der Eiskälte, welcher $= 1$ gesetzt wird: so hat man wegen des veränderlichen Raumes der Luft

$$1 : 1 + bn = a + b : (a + b) (1 + bn)$$

$$1 : 1 + xn = (a + x) : (a + x) (1 + xn)$$

Das specifische Gewicht des Queckfilbers bey der Eiskälte sey $= M$,
 bey der Siedhize $= m$,
 bey der Temperatur $t = \mu$,

Die ausdehnende Kraft der Wärme bey den genannten Temperaturen sey

$$Z, Z + 80, Z + t$$

so erhält man

$$Z : Z + 80 = aM : (a + b) (1 + bn) m$$

$$Z : Z + t = aM : (a + x) (1 + xn) \mu.$$

Durch

Durch Abziehung der Verhältnißglieder

$$80 : (a + b) (1 + bn) m - aM = Z : aM$$

$$t : (a + x) (1 + xn) \mu - aM = Z : aM$$

folglich, durch Verbindung beyder Proportionen,

$$80 : t = (a + b) (1 + bn) m - aM : (a + x) (1 + xn) \mu - aM$$

und hieraus

$$(a + x) (1 + xn) = \frac{t(a + b) (1 + bn) m + (80 - t) aM}{80 \mu}$$

Schreibt man für den Ausdruck rechter Hand des Gleichheitszeichens den Buchstaben A, und sucht x, so erhält man

$$x = - \left(\frac{an + 1}{2n} \right) + \sqrt{\frac{A - a}{n} + \left(\frac{an + 1}{2n} \right)^2}$$

Nach dieser Formel lassen sich die Grade des Luftthermometers für die 80 theilige Scale berechnen, wenn man für a, b, n die oben gefundenen Werthe schreibt, die Größen M, m, μ nach der, für das Quecksilber angegebenen, Ausdehnung bestimmt, und t nach der Reihe die einzelnen Grade der reaum. Scale bedeuten läßt.

Für die Grade unter Null setze man in den beyden Formeln für A und x, die Größen x und t verneint, so erhält man

$$-x = - \left(\frac{an + 1}{2n} \right) - \sqrt{\frac{A - a}{n} + \left(\frac{an + 1}{2n} \right)^2}$$

Vermittelt beyder Formeln berechnete ich die nachstehenden Werthe von t und x für meinen Luftthermometer,

t x

t		x	
80°	—	9,30	Zolle
70°	—	8,15	—
60°	—	7,00	—
50°	—	5,85	—
40°	—	4,69	—
30°	—	3,53	—
20°	—	2,36	—
10°	—	1,18	—
0°	—	0	—
— 10°	—	— 1,19	—
— 20°	—	— 2,39	—

Da die Unterschiede an der Scale des Luftthermometers von 10 zu 10 Graden nicht sehr ungleich ausfielen, so wurden die zwischenliegenden Grade durch eine Construction nach gleichen Theilen bestimmt *).

Ich

*) Es erhellet, daß man in dem vorliegenden Falle nicht viel würde gefehlet haben, wenn man die Scale des Luftthermometers zwischen den durch die Beobachtung gefundenen festen Punkten geradezu in gleiche Theile getheilt hätte. Ich setze zur Vergleichung die so sich ergebenden Werthe von 10 zu 10 Graden her.

80°	—	9,3	Zolle
70	—	8,141	—
60	—	6,978	—
50	—	5,815	—
40	—	4,652	—
30	—	3,489	—
20	—	2,326	—
10	—	1,163	—
0	—	0	—

Der

Ich stellte nun eine Reihe correspondirender Beobachtungen mit dem so zugerichteten Luftthermometer, und zwey mit reaumurischer Scale versehenen Queckfilberthermometern an. Der mit Nr. 1. bezeichnete Queckfilberthermometer hatte ein Gefäß von 6 Linien im Durchmesser, die Ausdehnung seiner Scale vom Eis - bis zum Siedpunkt betrug 8,8 Zolle. Der Queckfilberthermometer Nr. 2. hatte ein Gefäß von 9 Linien Durchmesser, und die Ausdehnung seiner Scale zwischen den festen Punkten betrug 24 Zolle.

Es folgen zuerst Beobachtungen, welche in der Nähe eines geheizten Ofens angestellt wurden.

Hier konnte, außer dem Luftthermometer, nur *ein* Queckfilberthermometer beobachtet werden, weil es nicht möglich war, den dritten Thermometer so anzu-

Der größte Unterschied zwischen der gleich- und ungleichtheiligen Scale fällt bey 50° und beträgt 0,041 Zolle. Er fällt desto kleiner aus, je größer man den Raum der Luft im Gefäße gegen den Bewegungsraum des Queckfilbers in der Röhre macht. Setzt man beyder Verhältniß unendlich groß: so bleibt bloß die, von der veränderlichen Dichte des Queckfilbers herrührende, Ungleichheit in der Scale des Luftthermometers übrig.

Diese Bemerkung dienet Künstlern, welche Luftthermometer von der oben beschriebenen Einrichtung verfertigen, sich aber auf die Berechnung der ungleichen Theile der Scale nicht einlassen wollen.

anzubringen, daß er gleiche Wärme von dem Ofen, wie die beyden andern, empfieng.

Luftthermometer

Queckfilberthermometer No. 1.

26°	26°	}	Während dem Stei- gen beobachtet.	
23	22,5			
18	16,8			
15,75	14,5			
21	21,3			
14,75	14,8			
11,5	11,4			
20	20	}		
28	28,5			
23,5	23,5			
23,75	23,7			

Beobachtungen, welche unter freiem Himmel im Schatten (außer den mit ⊙ bezeichneten) angestellt worden sind.

Lufttherm.

Quecks. Therm. No. 1.

Quecks. Therm. No. 2.

9	5	5,5	} im Fallen
5	4,2	5,1	
5	4,25	5,1	
			} im Steigen
5	4,8	4,8	
6,5	6,2	6,3	
10	9	9	
13,5 ⊙	13,5 ⊙		
15,5 ⊙	15,5 ⊙		
16 ⊙	16 ⊙		

Luft-

Lufttherm. *Quecks. Therm. No. 1.* *Quecks. Therm. No. 2.*

im Fallen	{ 10,4	9	10,4
	{ 8	6,2	7,4
	{ 7,5	6,	6,5
	{ 6,5	6	6,3
Fallen	{ 2,5	2,2	2,5
	{ 2,3	1,8	2,3
Steigen	{ 3,	3,0	3,2
	{ 4,4	4,4	4,4
	{ 7	6,8	6,8

Beobachtungen im Freien.

Lufttherm. *Quecks. Therm. No. 1.* *Quecks. Therm. No. 2.*

im Steigen	{ - 0,5	- 1,5	- 1,1
	{ - 0,5	- 0,5	- 0,6
	{ - 0,3	- 0,3	- 0,3
	{ + 1,	+ 1	+ 0,9
	{ + 1,8	+ 1,8	+ 1,6
	{ + 2,1	+ 2,1	+ 1,9
im Steigen	{ + 6,2	+ 5,6	+ 5,5
	{ + 1,2	+ 1,1	+ 1,0
	{ + 2,5	+ 2,4	+ 2,2
	{ + 3,6	+ 3,6	3,2
im Steigen	{ + 4,	+ 3,8	3,5

Beobachtungen in der Stube fern vom Ofen.

Lufttherm. *Quecks. Therm. No. 1.* *Quecks. Therm. No. 2.*

bey gleichbleibender Temperatur	{ 12,75	12,75	12,75
	{ 7	7	7

Luft-

<i>Lufttherm.</i>	<i>Quecks. Therm. No. 1.</i>	<i>Quecks. Therm. No. 2.</i>	} im Steigen
10,6	10	8,7	
11,9	12	10,5	
12,5	13	11,8	
13,0	13,5	12,5	
13,2	13,8	13,5	
13,8	14	14,	
14	14	14	

Aus den vorstehenden Beobachtungen erhellet, daß bey gleichbleibender Temperatur die drey Thermometer übereinstimmten; im Steigen und Fallen hingegen sich Unterschiede zeigten. Der Gang des Luftthermometers schien während dem Steigen dem Gang des Quecksilberthermometers Nr. 1., während dem Fallen hingegen dem Gang des Quecksilberthermometers Nr. 2. näher zu kommen, oder, was eben so viel sagt, der Luftthermometer erscheint bey dem Steigen empfindlicher, als bey dem Fallen. Diesen sonderbaren Umstand erkläre ich mir daraus: In dem Luftthermometer befanden sich zwei thermometrische Flüssigkeiten, Luft und Quecksilber, wovon die Masse des letzteren viel mehr betrug, als der erstern. Die grössere Masse von Quecksilber konnte die Temperaturveränderungen des umgebenden Mittels nicht so schnell annehmen, als die eingeschlossene Luft, und retardirte dadurch den Gang des Luftthermometers. Wäre die thermometrische Wechselwirkung beyder Flüssigkeiten auf einander sich stets gleich geblieben, so müßte der Luftthermometer sich bey dem Fallen eben so empfindlich,

lich, als bey dem Steigen, gezeiget haben. Hier kommt aber der merkwürdige Umstand hinzu, daß nach Böckmanns Versuchen die Metalle in Vergleichung gegen andere lockere Körper bey dem Erwärmen bessere, bey dem Erkalten schlechtere Leiter der Wärme sind *).

Folge-

*) Herr Böckmann in Karlsruhe hat bekanntlich sowohl von der Göttinger, als von der Rotterdamer Gesellschaft der Wissenschaften den, auf die Entdeckung der Gesetze der Leitungsfähigkeit der Körper für die Wärme ausgesetzten Preis erhalten. Die schönen und zahlreichen Böckmannschen Versuche und Beobachtungen über die verschiedene wärmeleitende Kraft der Körper sind bis jetzt nicht so allgemein bekannt, als sie es zu seyn verdienen. Ich verdanke die nähere Kenntniß derselben der gütigen schriftlichen Mittheilung des Herrn Hofraths. Er fand unter vielen andern merkwürdigen Resultaten die Verhältnisse der Erwärmungs- und Erkältungsfähigkeiten von den nachstehenden Körpern, wie folgt:

	Erwärmungs- fähigkeit	Erkältungs- fähigkeit
Wismuth	100	100
Zink	103	41
Eisen	147	30
Zinn	132	65
Blei	192	83
Kupfer	104	40
Silber	137	44
Bimsstein	24	147

Die erhitzten Körper erkalteten in der Luft, die kalten wurden in siedendem Wasser erwärmt.

Folgerungen

*aus dem Bisherigen, und Anwendungen davon auf
die Bestimmung des Coëfficienten der Formel für
die Höhenmessungen mit dem Barometer.*

Wir wollen nun alle bisher angeführten Versuche und Beobachtungen über die Ausdehnung der Luft durch die Wärme zusammennehmen, und damit die zuverlässigsten von andern Beobachtern angestellten Erfahrungen, so wie meine früheren Versuche über denselben Gegenstand vergleichen, um endlich daraus ein Resultat für die Anwendung zu ziehen: Lambert fand (Seite 47. seiner Pyrometrie) durch Versuche mit seinem Luftthermometer die Ausdehnung der Luft von der Eiskälte bis zur Siedhize 0,354, ohne Rücksicht auf die Ausdehnung des Glases, mit Rücksicht auf dieselbe 0,375.

Ich fand im Mittel aus meinen ältern Versuchen (*Gren's n. Journal* 4. B. S. 336.) für die Ausdehnung der trocknen Luft zwischen den festen Punkten des Thermometers ohne Rücksicht auf die Ausdehnung des Glases 0,3574.

Einzelne meiner frühern Versuche gaben jedoch die Ausdehnung grösser. Der 3te Versuch z. B. gab von

0°	—	40°	—	0,1793
0	—	60°	—	0,2793
0	—	75°	—	0,3740

Ich verwarf die über 40° fallenden Beobachtungen bey diesem Versuche, weil ich die Unterschiede

de in den Elasticitäten der eingesperrten Luft über 40° merklich wachsend gefunden hatte, und diesen Umstand zurückgebliebener Feuchtigkeit in dem Queckfilber zuschrieb. Die Ausdehnung von $0 - 60^{\circ}$ zum Grunde gelegt, würde für die Ausdehnung zwischen dem Eis - und Siedpunkt $0,3724$; dagegen die beobachtete Ausdehnung von $0 - 75^{\circ}$ $0,3989$ geben.

Dalton fand (Gilberts *Annalen der Phys.* 1802. 11. St. S. 314.) für die Ausdehnung der Luft vom Frost - bis zum Siedpunkte, mit Rücksicht auf die Ausdehnung des Glases $0,3976$.

Gay - Lussac ohne Rücksicht auf die Ausdehnung des Glases $0,375$.

Das Mittel aus meinen früher angestellten 127 correspondirenden Beobachtungen des Thermometers, Barometers und Manometers giebt für die Ausdehnung der Luft zwischen den festen Punkten des Thermometers $0,38296$; das Mittel aus den 100 später angestellten correspondirenden Beobachtungen giebt $0,3904$; und endlich meine Versuche mit dem Luftthermometer geben die Größe der Ausdehnung der Luft von $0,3795$ bis $0,3825$ veränderlich, wobey durchweg die Ausdehnung des Glases noch zuzusezen ist. Dagegen zeigte der Gang des Luftthermometers zwischen den festen Punkten in den Temperaturen, wie sie gewöhnlich in der Atmosphäre vorkommen, eine gleichförmige Ausdehnung der Luft. Prüfe ich die eben zusammengestellten That-

sachen

sachen sorgfältig; so scheint mir folgendes Resultat daraus hervorzugehen:

Die thermometrische Wirkung der Wärme auf die atmosphärische Luft ist nicht zu allen Zeiten dieselbe, und hängt mit der auflösenden Kraft der Atmosphäre gegen die in ihr schwebenden Dünste zusammen, die selbst wieder eine Function des elektrischen Zustandes, der herrschenden Winde, und anderer unbekannten Ursachen seyn mag. Eben daher finden manometrische Aenderungen in der Atmosphäre Statt, welche, bey der Voraussetzung einer constanten thermometrischen Wirkung, aus den barometrischen und thermometrischen Aenderungen nicht ganz zu erklären sind. Demungeachtet ist die mittlere thermometrische Wirkung der Wärme auf die Luft eine ziemlich beständige Grösse, und zwischen den festen Punkten des Thermometers gleichförmig. Wenn einzelne Versuche, welche mit eingesperrter Luft angestellt worden sind, eine unverhältnismässig grosse und mit den höheren Thermometergraden wachsende Ausdehnung der Luft gaben: so rührte dies von unaufgelöster, nicht chemisch mit der Luft verbundener, Feuchtigkeit her, welche zugleich mit in die Gefäße eingeschlossen wurde. Eben daher sind auch die Folgerungen, welche ich aus meinen frühern Versuchen über die Ausdehnung der mit Wasser zugleich in Gefäße eingeschlossenen Luft, auf die thermometrischen Wirkungen der Wärme in der Atmosphäre machte, falsch. Will man die mittlere thermometrische Wirkung

kung der Wärme auf die Luft bestimmen, so muß man, wenn man mit eingeschlossenen Luftmassen experimentirt, die Versuche zu verschiedenen Zeiten und unter verschiedenen Umständen wiederholen.

Beobachtet man die thermometrischen Aenderungen in der freien Atmosphäre, so müssen solche Beobachtungen sehr oft wiederholet, und aus allen ein Mittel genommen werden. Die erstere Art der Bestimmung hat gegen die letztere das voraus, daß man die thermometrische Wirkung der Wärme auf die Luft bey größern Temperaturunterschieden, als in der freien Atmosphäre prüfen, und daher die mittlere GröÙe derselben für einen Grad der Thermometerscale mit desto mehr Sicherheit ableiten kann.

Machen wir diesen Grundsätzen gemäß die Anwendung von dem Bisherigen auf die Bestimmung des Coëfficienten für die Formel zur Höhenmessung mit dem Barometer: so ergiebt sich daraus die nicht erfreuliche Folge, daß wir es hierin schwerlich so bald zu einer geometrischen Gewißheit bringen werden, sondern uns so lange mit einer Näherung zur Wahrheit werden begnügen müssen, bis wir die allgemeinen Geseze der atmosphärischen Veränderungen genauer, als bisher, bestimmt haben.

Ich verfare übrighs hierbey, wie folget:

Das Mittel aus meinen Versuchen mit dem Luftthermometer und den beyden Reihen von correspondirenden Beobachtungen giebt die thermometrische

trische Wirkung der Wärme für einen Grad der 80 theiligen Scale, ohne Rücksicht auf die Ausdehnung des Glases

0,004793

hierzu 0,000030 für die Ausdehnung des Glases, giebt die absolute Ausdehnung der Luft 0,004823.

Das arithmetische Mittel aus 167 meiner früheren correspondirenden Beobachtungen giebt für das Gewicht von 774,35 Cubikzollen Luft bey 27 Zoll 9,02 Linien Barometerstand, und 9,148° Thermometerstand

5267,6 Richtpfennigtheile.

Reduciret man dieses Gewicht auf 28 Zoll Barometerstand und die Temperatur der Eiskälte, so erhält man dafür

5560,25 Richtpfennigtheile.

Das arithmetische Mittel aus den 100 später angestellten Beobachtungen giebt das Gewicht derselben Luftmasse bey 27 Z. 9,1848 L. Barometerstand 9,61° Thermometerstand

5256,75 Richtpfennigtheile.

Reduciret man dieses Gewicht ebenfalls auf die Temperatur der Eiskälte und 28 Zoll Barometerstand, so erhält man

5558,37 Richtpfennigtheile,

also im Mittel aus beyden Zahlen

5559,31 Richtpfennigtheile.

Da nun nach meinen Versuchen über das spezifische Gewicht und die Ausdehnung des Wassers, ein gleicher Raum voll Wasser unter der Temperatur der Eiskälte 4275273 Richtpfennigtheile betragen würde: so erhält man für die Dichte der Luft bey 28 Zoll Barometerstand 0° Temperatur, (wenn man die Dichte des Wassers = 1 setzt,)

$$0,0013005.$$

Von dieser Zahl ausgehend habe ich die Dichten der Luft für die in der nachstehenden Tafel enthaltenen Barometer - und Thermometerstände nach der Formel

$$\Delta = \frac{BM}{bm} \frac{(1 + nt)}{(1 + nT)} \delta$$

berechnet, wo die vorkommenden Buchstaben, die aus dem ersten Abschnitte bereits bekannten Bedeutungen haben.

Vermittelt der hier beigegebenen Tafel und der darin enthaltenen Unterschiede wird es leicht, für jeden gegebenen Barometer - und Thermometerstand, der zwischen die Grenzen der Tafel fällt, die zugehörige Dichte der Luft zu finden.

Z. B. man sucht die Dichte der Luft für 27 Zoll 4 Linien Barometerstand, und — 8,3° Thermometerstand.

Die Differenz der Dichten wegen der Barometerstände beträgt zwischen 27 Z. und 27 Z. 6 L. bey — 5° 24, bey — 10° 25; also im Mittel 24,5. Die zuge-

*Tafel über die Thermometer-
Ständen, wie die Dichte des*

Therm.				
nach				
Reaum.	26 Z. o L.	D.	29 Z. o L.	D.
— 20	001342	26	001479	
		39		40
— 15	001306	25	001457	
		38		39
— 10	001271	24	001408	
		36		36
— 5	001239	24	001382	
		34		35
0	001208	23	001347	
		33		33
+ 5	001178	23	001314	
		31		32
+ 10	001149	22	001282	
		30		30
+ 15	001120	22	001152	
		18		29
+ 20	001092	21	001223	
		27		28
+ 25	001075	20	001195	
		26		26
+ 30	001048	20	001169	

Die Beobachtet, vor-
ausgesetzt. Lehen sich auf die
Barometerstände.

1. Die Dichte der Luft bei 0°
 2. Die Dichte der Luft bei 10°
 3. Die Dichte der Luft bei 20°
 4. Die Dichte der Luft bei 30°
 5. Die Dichte der Luft bei 40°
 6. Die Dichte der Luft bei 50°
 7. Die Dichte der Luft bei 60°
 8. Die Dichte der Luft bei 70°
 9. Die Dichte der Luft bei 80°
 10. Die Dichte der Luft bei 90°

Barometerstand in	nach	Barometer
20	—	001342
15	—	001500
10	—	001571
5	—	001559
0	—	001503
5	+	001578
10	+	001579
15	+	001522
20	+	001097
25	+	001072
30	+	001048

Die Barometerstände werden als
 ausgelegt. Die in der waagrechten Reihe
 Barometerstände, die zwischen den Höhen

zugehörige Differenz der Dichten wegen der Thermometerstände ist 34,5, man sage daher

L. L.

$$6 : 4 = 24,5 : 16,3$$

$$5^{\circ} : 3,3^{\circ} = 34,5 : 22,7$$

Summe der Unterschiede 39,0

welche zu 001286, als der Dichte der Luft bey 27 Z. Bar. und -5° Therm. addirt, die gesuchte Dichte = 001325 giebt.

Es erhellet also, daß mit Hülfe dieser Tafel, so wie der vorne über die Dichten des Queckfilbers mitgetheilten, und dem gefundenen Werthe von $n = 0,004823$, alle numerischen Elemente gegeben sind, um nach der, in dem ersten Abschnitte gefundenen, Formel 11) sowohl, als 16) eine Höhe zu berechnen, für welche der obere und untere Barometerstand und Thermometerstand bekannt sind.

Um indessen die Berechnung nach der geschmeidigern Formel (16) noch mehr zu erleichtern, habe ich die nachstehende Tafel für den Coëfficienten

$\frac{BM}{\Delta}$ berechnet, und die verschiedenen Werthe des-

selben sogleich mit der beständigen Zahl 2,302585 multiplicirt (welches Produkt in der Tafel C heist) um die Formel (16) für die gemeinen Logarithmen brauchbar zu machen. Dabey liegt die Gleichung

$$\frac{BM}{\Delta} = \frac{BM}{\frac{BM (1 + nt) \delta}{bm (1 + nT)}} = \frac{bm (1 + nT)}{(1 + nt) \delta} \text{ zum}$$

Grunde.

E 2

b ist

$$\begin{array}{ll}
 b \text{ ist} = 28 \text{ Zolle,} & \delta = 0,0013005 \\
 m = 13,619, & n = 0,004823 \\
 t = 0 & T \text{ jeder beliebige Grad des} \\
 & \text{Thermometers.}
 \end{array}$$

Es kommt darauf an, welches Maafs man bey der Höhenmessung mit dem Barometer zum Grunde legen will, darnach müssen die Werthe von b , n und T bestimmt werden. Ich habe mich bisher des altfranzösischen Maasses und der 80 theiligen Thermometerscale bedient. Hiernach ist die erste der beyden folgenden Tafeln berechnet worden, worin sich die Werthe von C auf französische Toisen beziehen. Die zweite Tafel giebt die Werthe von C für den Mètre und die Centesimal - Scale an.

Erste Tafel für den Coëfficienten C in Toisen.

<i>Therm.</i>	<i>Werth von C</i>	<i>Diff.</i>	<i>Therm.</i>	<i>Werth von C</i>	<i>Diff.</i>
+ 30	10734,0	45,22	— 1	9332,0	45,2
29	10688,8		2	9286,8	
28	10643,6		3	9241,6	
27	10598,4		4	9169,4	
26	10553,2		5	9151,5	
25	10507,9		6	9105,8	
24	10462,7		7	9060,6	
23	10417,5		8	9015,4	
22	10372,3		9	8970,2	
21	10327,1		10	8924,9	45,2
20	10281,8	45,23	11	8879,6	
19	10236,4		12	8834,4	
18	10191,2		13	8789,2	
17	10145,9		14	8744,0	
16	10100,7		15	8698,8	
15	10055,5		16	8653,6	
14	10010,2		17	8608,4	
13	9965,0		18	8563,2	
12	9919,8		19	8518,0	
11	9874,5		20	8472,8	45,2
10	9829,5	45,23	21	8427,4	
9	9784,3		22	8382,2	
8	9739,1		23	8337,0	
7	9693,8		24	8291,8	
6	9648,6		25	8426,6	
5	9603,4		26	8381,4	
4	9558,1		27	8336,2	
3	9512,9		28	8291,0	
2	9467,7		29	8245,8	
1	9422,4		30	8200,6	
0	9377,2				

Zweyte Tafel für das neufranzösische Maafs.

Centesim Grade	Mètres	Untersch. für 0,1°	Centesim. Grade	Mètres	Untersch. für 0,1°
0°	18276,6	7,05	0°	18276,6	
1	18347,1		1	18206,0	
2	18417,6		2	18135,5	
3	18488,1		3	18065,0	
4	18558,6		4	17994,5	
5	18629,2		5	17924,0	
6	18699,7		6	17853,4	
7	18770,2		7	17882,9	
8	18840,7		8	17712,4	
9	18911,2		9	17641,9	
10	18981,8	7,05	10	17571,4	7,05
11	19052,3		11	17500,8	
12	19122,8		12	17430,3	
13	19193,3		13	17359,8	
14	19263,8		14	17289,3	
15	19334,4		15	17218,8	
16	19404,9		16	17148,2	
17	19475,4		17	17077,7	
18	19545,9		18	17007,2	
19	19616,4		19	16936,7	
20	19687,0	7,05	20	16866,2	7,05
21	19757,5		21	16795,6	
22	19828,0		22	16725,1	
23	19898,5		23	16654,6	
24	19969,0		24	16584,1	
25	20039,6		25	16513,6	
26	20110,1		26	16443,0	
27	20180,6		27	16372,5	
28	20251,1		28	16302,0	
29	20321,6		29	16231,5	
30	20392,2		30	16161,0	

II.

Schreiben des Herausgebers

an

Herrn Professor Pfleiderer in Tübingen

über

das Fundament der, aus der Lehre vom
Kreise abgeleiteten, Parallelen-
theorie.

Augsburg, am 10. Febr. 1810.

Sie haben in Ihrem geehrtesten Schreiben vom 12. April 1808 gegen die, von dem Leipziger Recensenten des ersten Bandes meines mathematischen Lehrbegriffs — obwohl, nach meiner Ueberzeugung, mit Unrecht — geforderte und von mir in der Vorrede zur zweyten Ausgabe meiner Uebersetzung von Euklid's Elementen gegebene, Ergänzung der, in dem erstgenannten Buche aufgestellten, Parallelen-theorie mir die Bedenklichkeit mitgetheilt:

"In Ihrer Vorrede dünkt mich die Behauptung S. XLVII. "so muß diese die Kreislinie ABCD in denselben Punkten schneiden" aus den Prämissen nicht zu folgen."

Da mir nun auf der einen Seite Ihr Urtheil zu wichtig, auf der andern aber an dem hier in
Fra-

Frage stehenden Saze zu viel gelegen ist, als dafs ich gegen diese Erinnerung gleichgültig seyn könnte, nachdem ich es einmal gegen den Leipziger Recensenten auf mich genommen habe, die Construction des Quadrats aus der Lehre vom Kreise abzuleiten, ohne an Parallelen zu denken, so habe ich versucht, jenem Anstande durch folgende Abänderung des Sazes und Beweises zu entgehen,

Lehrsatz 60.

Wenn die Centrallinie zweyer Kreislinien dem Halbmesser der einen und der halben Quadrantensehne der andern gleich ist, so ist das Quadrat von der Quadrantensehne der ersten dem Quadrate von dem Halbmesser der andern gleich.

Hyp.	Fig.	Saz.
CE ist	3.	
1) die Centrallinie der Kreise AFB, ABD.		Das Quadrat der Quadrantensehne des
2) der Halbmesser des $\odot$ ABD.		$\odot$ ABD ist gleich dem Quadrate des
3) die halbe Quadrantensehne des $\odot$ AFB,		Halbmessers von dem $\odot$ AFB.

Vorbereitung.

- 1) Errichte auf CE in E das Loth BE (§. 72.) und verlängere es bis A.
- 2) Verlängere CE bis D.
- 3) Ziehe AC, BC, BD, AD.

Be-

Beweis.

1) Da (p. hyp.) die Centrallinie CE der beyden Kreislinien dem Halbmesser des kleineren gleich ist, so ist der, auf der Centrallinie lothrechte, Durchmesser der kleineren von dem Mittelpunkte der größeren um seine Hälfte, oder um den Halbmesser der kleineren, entfernt (§. 89. Z. 1.).

2) Da (p. hyp.) die, dem Halbmesser der kleineren gleiche, Centrallinie CE der halben Quadrantensehne der größeren Kreislinie gleich ist, so ist der Durchmesser der kleineren der Quadrantensehne der größeren gleich, folglich selbst auch eine Sehne der größeren; und, da gleiche Sehnen vom Mittelpunkte gleich weit entfernt sind (§. 135.), so ist auch die Quadrantensehne der größeren Kreislinie von deren Mittelpunkte um den Halbmesser der kleineren entfernt (p. dem. 1).

3) Da auf solche Art die Punkte A, B der kleineren Kreislinie als Endpunkte ihres Durchmessers, der größeren aber (p. dem. 2) als Endpunkte ihrer Quadrantensehne angehören, welche beyde wegen der Gleichheit ihrer Grösse und ihrer Winkel mit dem Halbmesser CE einander gänzlich decken (§. 74.), so müssen sie mit den Punkten zusammenfallen, welche beyden Kreislinien gemeinschaftlich sind, d. h. mit ihren Durchschnittpunkten; folglich wird der, auf EC lothrechte, Durchmesser AB von den gemeinschaftlichen Durchschnittpunkten beyder Kreislinien begrenzt, und ist also ihre gemeinschaftliche Sehne.

4) Da

4) Da nun $AE = EB$, $CE = CE$, $AEC = BEC = R$ (p. constr.), so ist $AC = BC$ (§. 66.).

5) Eben so ist erweislich, daß $BC = BD = AD$ sey.

6) Demnach ist die Figur $ACBD$ gleichseitig.

7) Da nun (p. dem. 2) AB die Quadrantensehne der Kreislinie AFB ist, von welcher (p. hyp.) AC , BC Halbmesser sind, so ist $ACB = R$ (§. 134. Z. 4.).

8) Da nun $ACE = BCE$ (§. 80. Z. 6. I.) so ist $\left. \begin{matrix} ACE \\ BCE \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} R$ (p. dem. 7.).

9) Da ferner (p. hyp. constr. et §. 59. Z. 1.) $AE = CE = BE$, so ist auch $\left. \begin{matrix} EAC \\ EBC \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} R$ (§. 67. p. dem. 8.).

10) Da endlich auch $DE = CE$, so ist eben so erweislich, daß auch $DBE = BDE = ADE = EAD = \frac{1}{2} R$ sey (p. dem. 9.).

11) Demnach ist jeder der ganzen Winkel an den Punkten A , C , B , D ein rechter.

12) Da nun die vierseitige Figur $ACBD$ (p. dem. 6.) gleichseitig (und p. dem. 11) rechtwinklig ist, so ist sie ein Quadrat (§. 155. a.), und zwar das Quadrat von AC , der Quadrantensehne der kleineren, und dem Halbmesser der größeren Kreislinie; w. z. e. w.

Den Beweis, daß die beyden Kreislinien unter den gesetzten Bedingungen einander schneiden müssen, und daß AFB die größere, ABD die kleinere sey, halte ich nicht für nöthig, hier zu wiederholen, da gegen die Ausführung desselben, wie sie S. XLV. der Vorrede zur zweyten Ausgabe meiner Uebersetzung von Euklid's Elementen vorgetragen ist, Niemand etwas zu erinnern gefunden hat.

Eben so kann ich, in Absicht auf die Folgerungen, die sich aus diesem Saze ableiten lassen, mich auf die Bemerkung einschränken, daß sie die nämlichen sind mit jenen, welche a. a. O. S. XLVIII. nach dem dort bewiesenen Lehrsaze aufgeführt worden sind, nur mit der einzigen Ausnahme, daß an die Stelle von Zus. 6. und 7., welche jezt wegfallen, nunmehr Lehrsaz 63. unmittelbar als Zusaz 6. einrückt, dessen Folgen alsdann hier wieder eben so, wie dort, an ihn sich anschließen.

Die Anstände gegen einige Beweise der, im Anhang zur zweyten Ausgabe des mehr erwähnten Buchs vorgetragenen Parallelentheorie, welche Sie in dem nämlichen Schreiben mir bemerklich zu machen die Güte hatten, habe ich in dem nächstfolgenden Aufsatze zu heben mich bemüht.

Mögen nun diese Versuche so glücklich seyn, Ihren Beyfall zu erhalten, ohne welchen ich in Sachen der Geometrie mir nie erlauben kann, etwas für vollendet zu erkennen.

III.

Schreiben des Herausgebers

an

Herrn Geh. Hofr. Langsdorf in Heidelberg,

und

Herrn Prof. Hoffmann in Aschaffenburg

über

das Fundament der, aus der Betrachtung des gleichseitigen Dreyecks abgeleiteten, Parallelentheorie.

Augsburg, am 20. Febr. 1810.

Sie werden mir erlauben, meine Herren, daß ich Ihnen hiermit öffentlich den Dank darbringe, wozu Ihre Güte mir die Verpflichtung aufgelegt hat, die Güte, womit Sie, Herr Geheimer Hofrath, nicht nur, wie ich *aus inneren Gründen* zu schliessen mich für berechtigt halte, Sich dem Geschäfte unterzogen haben, die Recension der zweyten Ausgabe meiner Uebersetzung von Euklid's Elementen für die heidelbergischen Jahrbücher der Literatur selbst zu verfassen, und Ihre Bedenklichkeiten gegen den Hauptsatz der, im Anhange jenes Buchs aufgestellten Parallelentheorie, mit der Versicherung Ihres Vertrauens, daß ich sie werde zu beseitigen wissen, mir darzulegen, sondern auch hintennach von meiner

ner

ner eingefandten Antwort zu Veranstaltung einer nochmaligen umständlicheren Prüfung meiner Theorie durch einen andern Gelehrten Anlaß genommen haben, und die Güte, womit Sie, mein Herr Professor, nach Ihrer eigenen Unterschrift, die Arbeit übernommen haben, die Grundlage meiner Theorie auf das sorgfältigste zu untersuchen, und die darin bemerkten Lücken zu beleuchten.

In Beziehung auf mich selbst war dies eben nicht nothwendig, da ich schon früher durch die Freundschaft meines verehrtesten Lehrers, des Hrn. Professors Pfleiderer in Tübingen, auf die nämlichen Anstände, die auch Er bey Durchlesung meiner Theorie gefunden hatte, schriftlich war aufmerksam gemacht worden. Aber es war für die schleunigere Beendigung der Sache zuträglich, weil mir dadurch öffentlich die unabweisliche Verbindlichkeit aufgelegt wurde, Ihren Forderungen in der Kürze Genüge zu leisten.

Dafs dies in dem nachstehenden Aufsatze geschehen sey, davon werden Sie, meine Herren, wie ich hoffe, beyde Sich überzeugen. Sie, Herr Geheimer Hofrath, werden finden, dafs meine *Hauptfestung* (*arx causae*) nun von keiner Seite mehr angegriffen werden könne, und Sie, Herr Professor, werden jetzt auch an den *Aussenwerken* nichts mehr vermiffen, was nöthig scheinen könnte, um auch diese gegen jeden Angriff sicher zu stellen. Sollte ich darin irren, so bitte ich, nur durch einen Wink
mich

mich davon zu belehren, in der festen Ueberzeugung, daß, wenn sich noch irgendwo ein Anstofs finden sollte, dieser bloß in der Darstellung liegen könne, und sich daher leicht heben lassen müsse, da ich mir bewußt bin, mich hier in dem gleichseitigen Dreyecke eben so, wie in meinem mathematischen Lehrbegriffe in dem Kreise, auf eine Art verschanzt zu haben, die es jedem Gegner schlechterdings unmöglich machen muß, mich daraus zu vertreiben.

Daß diese Beantwortung Ihrer Einwendungen erst jezt erfolgen kann, muß ich bitten, damit zu entschuldigen, daß ich, nach meiner ersten, an Sie, Herr Geheimer Hofrath, eingesandten, Antwort, zehn Monate lang aus Teutschland abwesend war, und daher Ihre Kritik, mein Herr Professor, erst im November des abgewichenen Jahres durch meine marburgischen Freunde hierher zugeschickt erhielt.

In diese Kritik hat sich ein Druckfehler eingeschlichen, für welchen es mir um derer willen, die das Buch nicht selbst bey der Hand haben, sehr leid thut. Ich soll nämlich (Heidelb. Jahrb. d. Lit. Jahrg. I. Abth. IV. Heft 3. S. 327. Z. 10. v. o.) meiner Theorie der Parallelen 16 von derselben unabhängige *Lehrsätze* vorausgeschickt haben, da doch meine Theorie im Ganzen, die *Erklärungen* und *Aufgaben* mit eingerechnet, nicht mehr, als 10, sage zehn, Sätze enthält, zu welchen nun, bey der hier folgenden Umarbeitung, noch drey hinzuge-

kom-

kommen sind. Kein Wunder, wenn durch diese Nachricht Lesern, die das Buch nicht kennen, die Luft vergeht, Sich mit einer solchen Theorie bekannt zu machen, von welcher diese Angabe sie berechtigt, eine Weitschweifigkeit zu erwarten, die für sie eben so unangenehm, als für die abgehandelte Sache nachtheilig seyn müßte!

Uebrigens habe ich selbst leider! oft genug, zu meinem grossen Verdrusse die Erfahrung gemacht, daß die Sezer der Druckereyen, weil sie von *Lehrsätzen* nichts wissen, so oft dieses Wort ihnen vorkommt, auch bey der grössten Deutlichkeit des MS. sogleich bereit sind, zu einer *Verbesserung ex ingenio* sich berufen zu glauben, und ohne Bedenken *Lehrsätze* daraus machen.

Satz I.

Erklärung. Die *Höhe* eines Dreyecks ist das Loth, das von der Spitze nach der Grundlinie oder nach deren Verlängerung geht.

Satz II.

Aufgabe. Ein gleichseitiges Dreyeck in ein gleichgrosses gleichschenkeliges zu verwandeln.

<i>Gegeben</i>	<i>Fig.</i>	<i>Gesucht</i>
Ein gleichseitiges $\triangle ABC$	4.	Ein gleichschenkeliges $\triangle$, welches $= \triangle ABC$ sey.

Auf-

Auflösung.

Halbire die Grundlinie AB in dem Punkte D (El. 1,10.), ziehe die CD und verlängere sie bis $DE = CD$; ziehe endlich BE .

Beweis.

1) Da $AD = DB$ (p. constr.) so ist $\triangle ACD \cong \triangle BCD$ (Lehnf. 8.).

2) Da $AD = DB$, $CD = DE$ (p. constr.) $ADC = BDE$ (El. 1,15.); so ist $\triangle ACD \cong \triangle BDE$ (El. 1,4.).

3) Nun ist $\triangle ABC = \triangle BCD + \triangle ACD$, folglich auch $\triangle ABC = \triangle BCD + \triangle BDE = \triangle BCE$; w. z. v. w.

Zuf. 1. Jedes gleichseitige Dreyeck (ABC) ist einem gleichschenkeligen (BCE) gleich, welches zur Grundlinie (CE) die doppelte Höhe (CD) und zur Höhe (BD) die halbe Seite (AB) von jenem hat.

Zuf. 2. Ein rechtwinkeliges Dreyeck (ACD) dessen Hypotenuse (AC) doppelt so groß ist, als seine kleinere Kathete (AD), ist die Hälfte des gleichseitigen Dreyecks (ACB) über seiner Hypotenuse (AC).

Zuf. 3. In dem rechtwinkeligen Dreyecke (ACD) welches die Hälfte des gleichseitigen (ACB) über seiner Hypotenuse (AC) ist, ist die Hypotenuse AC doppelt so groß, als die kleinere Kathete (AD).

Zuf. 4. In dem rechtwinkeligen Dreyecke (ACD) dessen kleinere Kathete (AD) die Hälfte der Hypotenuse

tenuse (A C) ist, ist auch der eine schiefe Winkel (A C D) die Hälfte des andern (C A D) (Zuf. 2.).

Zuf. 5. In dem rechtwinkligen Dreyeck (A D C), in welchem der eine schiefe Winkel A C D die Hälfte des andern (C A D) ist, ist auch die kleinere Kathete (A D) die Hälfte der Hypotenuse (A C).

Denn, wird A D in gerader Richtung verlängert, bis $D B = A D$, und B C gezogen, so ist $\triangle B D C \cong \triangle A D C$ (El. 1, 4.), also $C B D = C A D$ und $B C D = A C D$. Nun ist $A C D = \frac{1}{2} C A D$ (p. hyp.); folglich auch $B C D = \frac{1}{2} C A D$ und mithin $B C D + A C D$ d. h. $A C B = C A D$. Da aber auch $C B D = C A D$ (p. dem.), so ist auch $C B D = A C B$ (Grundf. 1.) oder $A B C = A C B$, und mithin $A C = A B$ (El. 1, 6.) $= A D + D B = 2 A D$ (p. constr.); folglich $A D = \frac{1}{2} A C$ (Grundf. 7.).

Zuf. 6. Ein gleichschenkeliges Dreyeck (B C E) welches doppelt so groß, als ein rechtwinkeliges (B C D) von gleicher Höhe (B D) ist, hat eine doppelt so große Grundlinie (C E), als dieses.

Zuf. 7. Ein gleichschenkeliges Dreyeck (B C E), dessen Höhe (B D) halb so groß ist, als einer seiner gleichen Schenkel (B C), ist dem gleichseitigen (A B C) über eben diesem Schenkel gleich.

Zuf. 8. Ein gleichschenkeliges Dreyeck (B C E), welches dem gleichseitigen (A B C) über einem seiner gleichen Schenkel ($B C = B E$) gleich ist, hat zum Winkel an der Spitze (C B E) das Vierfache des

Winkels an der Grundlinie (BCD) d. h. das Vierfache des halben Winkels im gleichseitigen Dreyecke oder den doppelten Winkel des letzteren.

Satz III.

Aufgabe. Ein gleichseitiges Dreyeck in drey congruente gleichschenkelige Dreyecke zu zerlegen.

Gegeben.

Fig.

Gesucht.

Ein gleichseitiges
 $\triangle ABC$

5.

Drey congruente gleichschenkelige Dreyecke, welche zusammen $= \triangle ABC$ seyen.

Auflösung und Beweis.

1) Halbire den Winkel ACB durch die Linie CD (El. 1, 9.) und den Winkel BAC durch die Linie AE, so muß diese die CD schneiden, weil sie von einem Punkte dießseits der CD nach einem Punkte jenseits derselben geht.

2) Da nun (p. hyp. et El. 1, 5.) $BAC = ACB$, aber $CAG = \frac{1}{2} BAC$ und $ACG = \frac{1}{2} ACB$ (p. constr.), so ist auch $CAG = ACG$ (Grundf. 7.) und mithin $AG = CG$ (El. 1, 6.).

3) Halbire den Winkel ABC durch die Linie BF, so muß diese die beyden CD, AE schneiden, weil sie von einem Punkte dießseits einer jeden nach einem Punkte jenseits derselben geht. Und weil die BF auf der Grundlinie AC des gleichseitigen Dreyecks ABC in ihrer Mitte lothrecht ist (Lehnsf. 9.), so muß die BF die beyden CD, AE in

in ihrem Durchschnittspunkte G schneiden, indem sonst ein Loth nach der Mitte F der Grundlinie AC des (p. dem. 2.) gleichschenkeligen Dreyecks ACG ginge, ohne durch dessen Spitze zu gehen, welches gegen Lehnfatz 11. also unmöglich ist.

4) Da nun $ABC = ACB$ (p. hyp. et El. 1, 5.), aber $CBG = \frac{1}{2} ABC$, und $BCG = \frac{1}{2} ACB$ (p. constr.), so ist auch $CBG = BCG$ (Grundf. 7.), und mithin $BG = CG$ (El. 1, 6.).

5) Nun ist auch $AG = CG$ (p. dem. 2.), folglich $AG = BG = CG$ (Grundf. 1.).

6) Da nun auch $AB = BC = AC$ (p. hyp.), so ist $\triangle AGB \cong \triangle BGC \cong \triangle AGC$ (El. 1, 8.), und mithin

$$\triangle ABC = \begin{cases} \triangle AGB + \triangle BGC + \triangle AGC \\ 3 \triangle AGB = 3 \triangle BGC = 3 \triangle AGC; \end{cases}$$

folglich

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AGB \\ \triangle BGC \\ \triangle AGC \end{array} \right\} = \frac{1}{3} \triangle ABC,$$

w. z. v. w.

Zuf. 1. Durch diese Construction wird das gleichseitige Dreyeck ABC zugleich in sechs congruente rechtwinkelige Dreyecke zerlegt (Lehnf. 8.).

Zuf. 2. In dem gleichschenkeligen Dreyecke (ABG), welches ein Drittheil des gleichseitigen (ABC) über derselben Grundlinie (AB) ist, ist der Winkel an der Spitze $(AGB) = \frac{4}{3} R.$

Denn da $\triangle AGB \cong \triangle BGC \cong \triangle AGC$ (p. dem. 6.), so ist $AGB = BGC = AGC$ (El. 1, 8.), folglich $AGB + BGC + AGC = 3AGB$ etc. Nun ist $AGB + BGC + AGC = 4R$ (El. 1, 15. Z.), also auch $3AGB = 4R$ (Grundf. 1.), und mithin $AGB = \frac{4}{3}R$.

Zuf. 3. Das rechtwinkelige Dreyeck (CFG), welches der sechste Theil des gleichseitigen (ABC) über dem Doppelten (AC) seiner grösseren Kathete (CF) ist, ist die Hälfte des gleichseitigen über seiner Hypotenuse (CG).

Denn da das gleichschenkelige Dreyeck BCG doppelt so groß ist, als das rechtwinkelige CFG (*Zuf. 1.*), und mit ihm einerley Höhe CF hat, so ist seine Grundlinie $BG = 2FG$ (S. II. *Zuf. 6.*). Da nun $BG = CG$ (p. dem. 5.), so ist auch $CG = 2FG$ d. h. die Hypotenuse doppelt so groß, als die kleinere Kathete, folglich das Dreyeck CFG die Hälfte des gleichseitigen über seiner Hypotenuse (S. II. *Zuf. 2.*).

Zuf. 4. In dem rechtwinkligen Dreyecke (ADG), welches der sechste Theil eines gleichseitigen ist, ist von den schiefen Winkeln der grössere (AGD) $= \frac{2}{3}R$, der kleinere (DAG) $= \frac{1}{3}R$ (*Zuf. 2. 3. S. II. Z. 3. 4.*).

Zuf. 5. Im gleichseitigen Dreyecke beträgt jeder Winkel zwey Drittheile eines rechten.

Denn jeder Winkel des gleichseitigen Dreyecks (ACB) ist gleich dem Doppelten des kleineren schie-

schiefen Winkels (DAG) von jenem rechtwinkligen Dreyecke (ADG), welches (Zuf. 1.) in dem gleichseitigen (ABC) sechsmal enthalten ist, also $= \frac{2}{3} R$ (Zuf. 4.).

Zuf. 6. Demnach sind im gleichseitigen Dreyecke die drey inneren Winkel zusammen zwey rechten gleich (Zuf. 5.).

Zuf. 7. In dem rechtwinkligen Dreyecke, welches die Hälfte eines gleichseitigen ist, verhalten sich die inneren Winkel zusammen, wie die Zahlen 1, 2, 3 (Zuf. 4.).

Zuf. 8. Ein rechtwinkliges Dreyeck (ACD), (Fig. 4.), in welchem die drey inneren Winkel (ACD , CAD , ADC) sich zusammen verhalten, wie die Zahlen 1, 2, 3, ist die Hälfte eines gleichseitigen.

Denn, wird AD in gerader Richtung verlängert, bis $DB = AD$, und BC gezogen, so ist $\triangle BDC \cong \triangle ACD$ (El. 1, 4.), also $DBC = DAC$ und $BCD = ACD$. Nun ist (p. hyp.) $DAC = \frac{2}{3} R$, also auch $DBC = \frac{2}{3} R$, und $ACD = \frac{1}{3} R$, also auch $BCD = \frac{1}{3} R$, und mithin $ACD + BCD$, d. h. $ACB = \frac{2}{3} R$, folglich $AC = AB = BC$ (El. 1, 5.).

Zuf. 9. In dem rechtwinkligen Dreyecke, welches die Hälfte eines gleichseitigen ist, sind die zwey schiefen Winkel zusammen einem rechten gleich (Zuf. 7.).

Zuf.

Zuf. 10. Wenn ein schiefer Winkel ($\angle BED$) (Fig. 4.) eines rechtwinkligen Dreyecks ($\triangle BDE$) $= \frac{1}{3}R$ ist, so ist der andere schiefe Winkel ($\angle DBE$) $= \frac{2}{3}R$.

Denn, wird DB in gerader Richtung verlängert, bis $DA = DB$, hierauf über der AB das gleichseitige Dreyeck ABC beschrieben und CD gezogen, so ist $\angle BED = \frac{1}{3}R$, $\angle CBD = \frac{2}{3}R$, und $\angle BDC = R$ (Zuf. 7. Lehnf. 8.). Nun ist (p. hyp.) $\angle BED = \frac{1}{3}R$, also $\angle BED = \angle CBD$; auch $\angle BDE = R = \angle BDC$, und $BD = BD$; folglich $\triangle BDE \cong \triangle BCD$ (El. 1, 26.) und $\angle DBE = \angle CBD$. Nun ist $\angle CBD = \frac{2}{3}R$ (p. dem.), folglich auch $\angle DBE = \frac{2}{3}R$.

Zuf. 11. Wenn ein schiefer Winkel ($\angle DBE$) eines rechtwinkligen Dreyecks ($\triangle BDE$) $= \frac{2}{3}R$ ist, so ist der andere schiefe Winkel ($\angle BED$) $= \frac{1}{3}R$.

Denn, wird BD in gerader Richtung verlängert, bis $DA = BD$, hierauf über der AB das gleichseitige Dreyeck ABC beschrieben und CD gezogen, so ist $\angle BCD = \frac{1}{3}R$, $\angle CBD = \frac{2}{3}R$, und $\angle BDC = R$ (Zuf. 7. Lehnf. 8.). Nun ist (p. hyp.) $\angle DBE = \frac{2}{3}R$, also $\angle DBE = \angle BDC$, auch $\angle BDE = R = \angle BDC$, und $BD = BD$; folglich $\triangle BDE \cong \triangle BCD$ (El. 1, 26.) und $\angle BED = \angle BCD$. Es ist aber $\angle BCD = \frac{1}{3}R$ (p. dem.) folglich auch $\angle BED = \frac{1}{3}R$.

Zuf. 12. Wenn ein Winkel ($\angle BED$) eines Dreyecks ($\triangle BDE$) $= \frac{1}{3}R$, und ein anderer ($\angle DBE$) $= \frac{2}{3}R$ ist, so ist der dritte ($\angle BDE$) $= R$.

Denn,

Denn, wird BD in gerader Richtung verlängert, bis $DA = BD$, hierauf über der AB das gleichseitige Dreyeck ABC beschrieben, und CD gezogen, so ist $BCD = \frac{1}{3}R$, $DBC = \frac{2}{3}R$, und $BDC = R$ (Zuf. 7. Lehnf. 8.). Nun ist (p. hyp.) $BED = \frac{1}{3}R$, also $BED = BCD$, und $DBE = \frac{2}{3}R$, also $DBE = DBC$, auch $BD = BD$, folglich $\triangle BDE \cong \triangle BCD$ (El. 1, 26.) und $BDE = BDC$. Es ist aber $BDC = R$ (p. dem.); folglich auch $BDE = R$.

Zuf. 13. Zwey gleiche gerade Linien (AC , BC) (Fig. 5.), die den Winkel des gleichseitigen Dreyecks (ACB) einschliessen, geben, wenn man ihre Endpunkte (A , B) durch eine gerade Linie verbindet, ein gleichseitiges Dreyeck.

Denn die Verbindungslinie AB schliesst mit den gleichen Schenkeln AC , BC auf alle Fälle ein gleichschenkeliges Dreyeck ein. Wird nun dieses durch das Loth CD von der Spitze nach der Grundlinie halbt, so ist in jedem der dadurch entstehenden rechtwinkligen Dreyecke ACD , BCD der Winkel an der Spitze $= \frac{1}{3}R$ (Zuf. 5.); folglich der an der Grundlinie $= \frac{2}{3}R$ (Zuf. 10.); also das erste Dreyeck gleichseitig (Zuf. 8. El. 1, 5.).

Zuf. 14. Wenn man die Winkel (A , B , C) eines gleichseitigen Dreyecks (ABC) halbt, so wird durch den gemeinschaftlichen Durchschnitt (G) der Theilungslinien (AE , BF , CD) ein Drittheil von jeder derselben und zugleich von der Höhe des Drey-

Dreyecks abgeschnitten (Lehnsf. 9. S. I. S. III. Z. 3. S. II. Z. 3.).

Zuf. 15. Wenn man die Seiten (AB, AC, BC) eines gleichseitigen Dreyecks (ABC) (Fig. 6.) halbirt und die Theilungspunkte (D, E, F) durch gerade Linien (DE, EF, DF) verbindet, so wird dadurch das gegebene Dreyeck in vier congruente gleichseitige Dreyecke (ADE, CEF, BDF, DEF) getheilt (Zuf. 13.).

Zuf. 16. Wird jedes der vier kleineren congruenten gleichseitigen Dreyecke, in welche ein gleichseitiges Dreyeck (Zuf. 15.) sich theilen lässt, durch das Loth von der Spitze nach der Grundlinie halbirt, so wird dadurch das gegebene gleichseitige Dreyeck in acht congruente rechtwinkelige Dreyecke zerlegt.

Saz IV.

Lehrsaz. Wenn auf einer geraden Linie zwey gleiche Lothe aufgestellt und deren Endpunkte durch eine gerade Linie verbunden werden, so ist jeder der beyden Winkel, welche die Verbindungslinie mit ihnen macht, ein rechter,

<i>Bedingung</i>	<i>Fig.</i>	<i>Saz</i>
1) Es ist $AC = BD$.	7.	Es ist $ACD = BDC$
2) Es ist $BAC = ABD = R$.		$= R$.

Vorbereitung.

Wird über der AB ein gleichseitiges Dreyeck beschrieben, so fällt dessen Spitze entweder 1) jenseits

seits der Verbindungslinie CD , oder 2) in die CD selbst, oder 3) diesseits der CD .

I. Fall.

Wenn die Spitze E des, über der AB zu beschreibenden gleichseitigen Dreyecks ABE jenseits der Verbindungslinie CD fällt, so halbire

- 1) die AB in F , und ziehe die CF , DF ;
- 2) die CD in G , und ziehe die GA , GB , FG ;
- 3) verlängere die FG bis nach E .

Beweis.

1) Da $AF = FB$, $AC = DB$, und $\angle CAF = \angle DBF = R$ (p. constr.), so ist $CF = DF$ (El. 1, 4.), und $\angle ACF = \angle BDF$.

2) Da $CF = DF$ (p. dem. 1.), so ist $\angle CGF = \angle DGF = R$ (Lehnsf. 8.) und $\angle FCG = \angle FDG$ (El. 1, 5.). Da nun auch $\angle ACF = \angle BDF$ (p. dem. 1.), so ist $\angle ACF + \angle FCG = \angle BDF + \angle FDG$ oder $\angle ACG = \angle BDG$. Da endlich $CG = DG$ und $AC = BD$ (p. constr.), so ist $\triangle ACG \cong \triangle BDG$ und $AG = BG$ (El. 1, 4.).

3) Da ferner $AF = FB$ (p. constr.), $AG = BG$ (p. dem. 2.) und $FG = FG$, so ist $\angle AFG = \angle BFG = R$ (El. 1, 8.). Die Linie FG muss also verlängert durch die Spitze E des gleichseitigen Dreyecks ABE gehen (Lehnsf. 11.).

4) Die Seiten AE , BE müssen die Linie CD zwischen den Punkten C und G , D und G schneiden. Denn

a) die

a) die Linie von A nach E muß die CD schneiden, weil sie von einem Punkte diesseits nach einem Punkte jenseits der CD geht (p. hyp.).

b) Die Linie AE muß die CD auf der linken Seite des Punkts G schneiden, weil das gleichseitige Dreyeck ABE durch das Loth EF, wovon EG ein Theil ist, halbirt wird (Lehnf. 8.).

c) Die AE muß die CD auf der rechten Seite des Punkts C schneiden, weil sie dieselbige sonst entweder in dem Punkte C selbst, oder in einem, auf der linken Seite von C liegenden Punkte schneiden müßte, welches beydes der Voraussetzung und Construction, nach welcher $CAF = R$ und $EAF = \frac{2}{3} R$ (S. III. Z. 5.), also $CAF > EAF$ ist, widerspricht, also unmöglich ist.

d) Da nun eben so erweislich ist, daß die Linie BE die CD zwischen den Punkten D und G schneiden müsse, so müssen die Seiten AE, BE des gleichseitigen Dreyecks ABE die Linie CD zwischen den Punkten C und G, D und G schneiden. Es seyen diese Durchschnittspunkte H, K.

5) Da $CAF = DBF = R$ (p. hyp.) aber $EAF = \frac{2}{3} R = EBF$ (S. III. Z. 5.), so ist $CAF - EAF = DBF - EBF$ (Grundf. 3.) d. h. $CAH = DBK = \frac{1}{3} R$.

6) Da nun $AC = BD$ (p. constr.) und $ACH = BDK$ (p. dem. 2.) auch $CAH = DBK$ (p. dem. 5.), so ist $\triangle ACH \cong \triangle DBK$ (El. 1, 26.) und mithin $AH = BK$.

7) Da

7) Da $AE = BE$ (p. constr.) und $AH = BK$ (p. dem. 6.), so ist $AE - AH = BE - BK$ (Grundf. 3.) d. i. $EH = EK$; und mithin auch EHK ein gleichseitiges Dreyeck (S. III. Z. 13.); folglich $EHK = EKH = \frac{2}{3} R$ (S. III. Z. 5.); also auch $AHC = BKD = \frac{2}{3} R$ (El. 1, 15.).

8) Da nun $CAH = DBK = \frac{1}{3} R$ (p. dem. 5.), und $AHC = BKD = \frac{2}{3} R$ (p. dem. 7.), so ist $ACH = BDK = R$ (S. III. Z. 12.) w. z. e. w.

II. Fall. Fig. 8.

Wenn die Spitze E des, über der AB zu beschreibenden gleichseitigen Dreyecks ABE in die Verbindungslinie CD selbst fällt, so halbire

1) die AB in F und ziehe

2) die CF, DF, EF,

Beweis.

1) Da $AF = FB$ (p. constr.) $AC = BD$ und $CAF = DBF = R$ (p. hyp.), so ist $CF = DF$ (El. 1, 4.).

2) Da $CAF = DBF = R$ (p. hyp.) und $EAF = EBF = \frac{2}{3} R$ (S. III. Z. 5.), so ist $CAF - EAF = DBF - EBF$ (Grundf. 3.) d. h. $CAE = DBE = \frac{1}{3} R$.

3) Da $AC = BD$ (p. hyp.), $AE = BE$ (p. constr.) und $CAE = DBE$ (p. dem. 2.), so ist $CE = DE$ (El. 1, 4.).

4) Da

4) Da $CF = DF$ (p. dem. 1.) $CE = DE$ (p. dem. 5.) und $EF = EF$, so ist $CEF = DEF$ (El. 1, 8.) $= R$. (Erkl. 10.).

5) Da $CEF = DEF = R$ (p. dem. 4.) und $AEF = BEF$ (Lehnsf. 8.) $= \frac{1}{3} R$ (S. III. Z. 5.) so ist $CEF - AEF = DEF - BEF$ d. h. $AEC = BED = \frac{2}{3} R$.

6) Da $CAE = DBE = \frac{1}{3} R$ (p. dem. 2.) und $AEC = BED = \frac{2}{3} R$ (p. dem. 5.), so ist $ACE = BDE = R$ (S. III. Z. 12.) w, z. e. w.

III. Fall. Fig. 9.

Wenn die Spitze E des, über der AB zu beschreibenden gleichseitigen Dreyecks ABE dießseits der Verbindungslinie CD fällt, so falle von E

- 1) auf die AC das Loth EG
 - 2) auf die BD das Loth EH
- } (El. 1, 12.).

Beweis.

1) Da $CAB = ABD = R$ (p. hyp.) aber $EAB = ABE = \frac{2}{3} R$ (S. III. Z. 5.), so ist $CAB - EAB = ABD - ABE$ (Grundf. 3.), d. h. $EAG = EBH = \frac{1}{3} R$. Da ferner $AGE = BHE = R$ (p. constr.), so ist $AEG = BEH = \frac{2}{3} R$ (S. III. Z. 10.).

2) Da nun auch $AEB = \frac{2}{3} R$ (S. III. Z. 5.), so ist $AEG + AEB + BEH = 2R$, und mithin GEH eine gerade Linie (El. 1, 14.).

3) Da

3) Da ferner $AE = BE$ (p. constr.) und $AGE = BHE = R$ (p. constr.), auch $AE = BE$ (p. dem. 1.), so ist $AG = BH$, (El. 1, 26.).

4) Da nun $AC = BD$ (p. hyp.) und $AG = BH$ (p. dem. 3.), so ist $AC - AG = BD - BH$ (Grundf. 3.), d. h. $CG = DH$, und man hat also jetzt wieder, wie zu Anfange über der geraden Linie HG zwey gleiche Lothe CG, DH , deren Endpunkte durch die Linie CD verbunden sind.

5) Würde daher jetzt über der Linie GH aufs Neue ein gleichseitiges Dreyeck beschrieben, so müßte, in Absicht auf die Lage von dessen Spitze wiederum einer von den drey Fällen Statt finden, daß sie entweder jenseits der Linie CD , oder in die CD selbst, oder diesseits derselben fiele. Wäre das erste, so könnte der Beweis wie im ersten, wäre das andere, so könnte er wie im andern Hauptfalle vollendet werden; wäre aber das dritte, so könnte die vorige Construction wiederholt und dies so lange fortgesetzt werden, bis endlich entweder der zweyte oder der erste Hauptfall einträte, und mithin der Beweis nach dem einen oder dem andern zu vollenden wäre.

6) Statt dessen aber kann dieser dritte Fall unmittelbar auf den ersten durch folgende Schlüsse zurückgeführt werden:

a) Aus den geführten Beweisen für die drey Fälle ergibt sich nach Lehnf. 15., daß die Spitze E des, über der AB zu beschreibenden gleichseitigen Drey-

Dreyecks ABE jenseits der Verbindungslinie CD , oder in die CD selbst, oder diesseits der CD fällt, je nachdem die Höhe EF des Dreyecks ABE größer, eben so groß, oder kleiner ist, als die gleichen Lothe AC , BD .

b) Aus den Beweisen für den ersten und zweyten Fall folgt, wenn man eine Diagonale der vierseitigen Figur $ABDC$ zieht, nach Lehnf. 16., daß die Verbindungslinie CD der AB gleich ist.

c) Aus dem Beweise des dritten Falls folgt ebenso nach Lehnf. 16., daß die Linie GH , welche die Endpunkte der beyden gleichen Reste CG , DH der, auf der AB aufgestellten, gleichen Lothe AC , BD mit einander verbindet, der AB gleich, und daß sie auf den beyden genannten Resten lothrecht ist.

d) Wie groß nun auch immer die Lothe AC , BD , in Vergleichung mit der Höhe EF des, über der AB zu beschreibenden, gleichseitigen Dreyecks ABE seyn mögen, so kann doch die letztere, nach der bekannten Eigenschaft gleichartiger Größen, daß sie vervielfältiget einander übertreffen können, so vielmal vervielfältiget werden, bis sie endlich die AC , BD übertrifft.

e) Geschehe dieses nach n maliger Wiederholung der vorigen Construction, oder, nachdem man n gleichseitige Dreyecke über einander gestellt hätte, von welchen jedes vorhergehende seine Spitze in der Mitte der Grundlinie des nachfolgenden hätte,

te, so fiel alsdann die Spitze E des letzten oder obersten Dreyecks [nach (a)] jenseits der Verbindungslinie C D, und die letzten Reste C G, D H der Lothe A C, B D wären (p. dem. 4.) einander gleich, und (p. constr.) auf ihrer Verbindungslinie G H lothrecht:

f) An Statt nun dieselbige Construction n mal zu wiederholen, kann man, sobald die Spitze E des ersten, über der A B beschriebenen, gleichseitigen Dreyecks diesseits der Verbindungslinie C D fällt, die nämlichen Bedingungen, wie in (e) unmittelbar dadurch herbeyführen, daß man alsdann sogleich an den oberen Enden der Lothe A C, B D von den Punkten C, D aus, zwey gleiche Stücke C G, D H, welche kleiner sind, als die Höhe E F des Dreyecks A B E, abschneidet, und dann auf deren Verbindungslinie G H, welche [nach (c)] der A B gleich, und auf den Stücken C G, D H lothrecht ist, ein gleichseitiges Dreyeck beschreibt, dessen Spitze [nach (a)] jenseits der C D fallen muß, weil $\left. \begin{matrix} C G \\ D H \end{matrix} \right\} < E F$ (p. constr.), wodurch also der dritte Fall ganz auf den ersten zurückgeführt, folglich, da dieser vollständig bewiesen, auch der Beweis von jenem als vollendet anzusehen ist, w. z. e. w.

Zus. 1. Wenn demnach auf einer geraden Linie zwey gleiche Lothe aufgestellt und deren Endpunkte durch eine gerade Linie verbunden werden, so ist diese Verbindungslinie der Grundlinie gleich (p. dem. 6. (b)).

Zus. 2.

Zuf. 2. Sind daher die beyden Lothe nicht nur einander selbst, sondern auch ihrem Abstände von einander gleich, so wird durch die gerade Linie, welche ihre Endpunkte verbindet, ein Quadrat eingeschlossen (*Zuf. 1. Erkl. 3b.*).

Saz V.

Lehrsaz. In jedem Dreyecke sind die drey inneren Winkel zusammen zwey rechten gleich.

Der Saz gilt

I. Vom rechtwinkelligen Dreyecke ABC .

Bedingung

Fig.
10.

Saz

Es ist $BAC = R$.

$ABC + ACB + BAC = 2R$.

Vorbereitung.

Auf der AB errichte (*El. 1, 11.*) in B das Loth $BD = AC$ und ziehe die CD .

Beweis.

1) Da $BAC = ABD = R$, auch $AC = BD$ (*p. hyp. et constr.*), so ist auch $ACD = BDC = R$ (*S. IV.*).

2) Da $BC = BC$, $BAC = BDC = R$, (*p. hyp. et dem. 1.*), und $AC = BD$ (*p. constr.*), so ist $\triangle ABC \cong \triangle BDC$ (*Lehnsf. 16.*), und mithin kommt auf jedes dieser Dreyecke von den vier rechten Winkeln der vierseitigen Figur $ABDC$ die Hälfte, d. h. zwey rechte.

Demnach sind die Winkel $ABC + ACB + BAC = 2R$; w. z. e. w.

Der

Der Satz gilt

II. vom stumpfwinkeligen und spizwinkeligen Dreyecke ABC ; d. h. wenn $ACB > R$ (Fig. 11.) oder $ACB < R$ (Fig. 12.), so ist $ABC + ACB + BAC = 2 R$.

Beweis.

Fälle (El. 1, 12.) von der Spitze C des stumpfen oder spizen Winkels ACB auf die Grundlinie AB das Loth CD , so fällt solches in einem Falle wie im andern innerhalb des Dreyecks (Lehnsf. 3. 6.); folglich wird dadurch das Dreyeck ABC in zwey rechtwinkelige Dreyecke ADC , BDC zerlegt, in deren jedem, nach dem ersten Theile des Beweises, die inneren Winkel zusammen zwey rechten gleich sind; folglich sind die inneren Winkel dieser beyden rechtwinkeligen Dreyecke zusammen vier rechten gleich.

Zieht man also davon die zwey rechte Winkel ab, welche das Loth CD mit der Grundlinie AB an dem Punkte D macht (El. 1, 13.), so bleiben für die inneren Winkel im ersten Falle des stumpfwinkeligen im andern des spizwinkeligen Dreyecks ABC zwey rechte übrig, w. z. e. w.

Satz VI.

Erklärung. Zwey gerade Linien, welche ein gemeinschaftliches Loth haben, d. h. welche beyde auf einer dritten zugleich lothrecht sind, oder auf welchen eine dritte zugleich lothrecht ist, heißen *parallel*.

Saz VII.

Aufgabe. Durch einen gegebenen Punkt mit einer gegebenen geraden Linie eine Parallele zu ziehen.

<i>Gegeben</i>	<i>Fig.</i>	<i>Gesucht</i>
1) Eine gerade Linie A B.	13.	Eine Linie durch C
2) Ein Punkt C auſſer der A B.		parallel der A B.

Auflöſung.

- 1) Von C fälle auf A B das Loth C D (El. 1, 12.).
- 2) In C errichte auf D C das Loth C E (Ford. 2. El. 1, 11.).
- 3) Verlängere C E nach F; ſo iſt F E die verlangte Parallele.

Beweis.

Da (p. conſtr.) $\left. \begin{matrix} BDC \\ DCE \end{matrix} \right\} = R$; folglich auch $\left. \begin{matrix} ADC \\ DCF \end{matrix} \right\} = R$; ſo iſt D C das gemeinſchaftliche Loth der Linien A B, F E, folglich $FE \perp\!\!\!\perp AB$ (S. VI.), auch geht F E durch C, w. z. v. w.

Saz VIII.

Lehrſaz. Zwey gerade Linien, welche ein gemeinſchaftliches Loth haben, haben *lauter* gemeinſchaftliche Lothe, oder: Zwey gerade Linien, die auf *einer* dritten zugleich lothrecht ſind, ſind auf jeder dritten, auf welcher die eine von ihnen lothrecht iſt, beyde zugleich lothrecht.

Bedin-

<i>Bedingung.</i>	<i>Fig.</i>	<i>Satz.</i>
1) $\left. \begin{matrix} BEF \\ DFE \end{matrix} \right\} = R.$	14.	Es ist auch GHC
2) $AGH = BGH = R.$		$= GHD = R.$

Beweis.

Die EG ist der FH entweder ungleich oder gleich. Ist das erste, so sey $EK = FH$. Der Punkt K mag nun auf der rechten oder linken Seite von G liegen, so ist alsdann, wenn man die HK zieht, da $BEF = DFE = R$ (p. hyp.) auch $GKH = R$ (S. IV.); folglich wären in dem Dreyecke GKH die Winkel $GKH + KGH = 2R$, welches gegen El. 1, 17. also unmöglich ist. Die EG kann also der FH nicht ungleich seyn. Ist aber $EG = FH$, so ist auch $GHF = R$ (S. IV.), w. z. e. w.

Zuf. Demnach haben zwey Parallelen lauter gemeinschaftliche Lothe, oder: jede gerade Linie, die auf der einen von zwey Parallelen lothrecht ist, ist auch auf der andern lothrecht (S. VI.).

Satz IX.

An diese Stelle rückt nun der vorige Satz VI. und von diesem an folgen dann alle übrigen Sätze ohne weitere Veränderung in derselben Ordnung auf einander, wie im Anhange zu Euklid's Elementen.

IV.

*Schreiben**des**Herrn Professors Schmidt in Gießen**an**den Herausgeber**über*

die Gültigkeit des mariottischen Gesetzes für die, von der atmosphärischen Luft verschiedenen Luftarten.

Gießen, am 10. Oct. 1809.

Die physikalische Klasse der berliner Akademie hat im Jahre 1805 die Frage zur Beantwortung aufgegeben, welche aber, so viel ich weiß, unbeantwortet geblieben ist: "*Gilt das mariottische Gesetz für andere elastische Flüssigkeiten ausser der atmosphärischen Luft?*" Ich hatte §. 72. meines Handbuches der Naturlehre die Behauptung als wahrscheinlich aufgestellt, daß das mariottische Gesetz für alle Gasarten gelte. Eine neue Bearbeitung des Handbuches führte mich auf die Frage zurück, und ich beschloß, selbst über den Gegenstand zu experimentiren. Folgender Auffaz enthält die Resultate meiner angestellten Versuche.

Da

Da bey physikalischen Versuchen viel auf die Art, wie sie angestellt worden sind, ankommt: so halte ich mich für verpflichtet mein Verfahren, nebst den dabey gebrauchten Instrumenten, kürzlich zu beschreiben.

Der Haupttheil des Apparats bestand in einer oben zugeschmolzenen, etwas über 30 pariser Zoll langen, 0,2 Zoll weiten Glasröhre, an welcher ein in pariser Zolle und Zehntheile getheiltes Maassstäbchen befestiget war. Die Röhre wurde mit Quecksilber gefüllt, dann umgekehrt mit der untern Oeffnung in ein weiteres Gefäs mit Quecksilber getaucht, und zum Theil mit der zu prüfenden Gasart angefüllt. Nun wurde sowohl die Länge der Luftsäule in dem obern Theile der Röhre, als auch die Länge der Quecksilbersäule in dem untern Theile bis an das Niveau des Quecksilbers in dem Gefäse, bey lothrechtem Stande der Röhre, gemessen.

Hierauf wurde die Röhre unter verschiedenen Winkeln geneiget gegen die Alhidadenregel eines 18 zölligen Quadranten angelehnt, und die Länge der jedesmaligen Luftsäule beobachtet. Der Quadrant wurde durch eine empfindliche Libelle berichtigt, und die Alhidade desselben vorher auf den verlangten Winkel gestellt. Zugleich wurden in der Nähe des Apparats ein Thermometer und Barometer beobachtet. Dies war im Ganzen genommen der Gang der Versuche. Jezt sollen noch einige nöthige Vorichtsmaassregeln und Correctionen erwähnt werden.

Die

Die zu den Versuchen gebrauchte Glasröhre war, von dem Gewölbe des Glases an gerechnet bis auf eine Länge von 7,6 Zoll gleichweit; hier fing sie an sich etwas conisch zu verjüngen, so daß, wenn gleichen Theilen der Länge gleiche Räume der Röhre entsprechen sollten, auf jeden Zoll in der Länge, von jenem Punkt an gerechnet, 0,021 Zoll zugefetzt werden mußten. Da ferner bey den geneigten Lagen der Röhre die Länge der Quecksilberfäulen nicht unmittelbar beobachtet, sondern aus der Länge der jedesmal beobachteten Luftsäule und der Länge der Röhre bis an das Niveau des Quecksilbers im Gefäße, bey lothrechtem Stande der Röhre, geschlossen wurde; so kam noch eine Correction wegen der Veränderlichkeit des Niveau in Betracht, welche nach dem Verhältnisse $1 : 0,0032$, als dem Verhältnisse der Querschnitte von dem Gefäße und der Röhre berechnet wurde.

Aus der Länge der Quecksilberfäule und ihrer Neigung wurde die lothrechte Höhe derselben berechnet, welche von dem Barometerstande abgezogen die Pressung gegen die eingeschlossene Luft gab.

Die Gasarten liefs ich sämmtlich durch eine Zwischenröhre, die mit austrocknenden Substanzen (für das kohlenfaure Gas mit stark getrocknetem Thon, für die übrigen Gase mit Kali) gefüllt war, in die zur Messung der Räume bestimmte Röhre treten.

Es

Es folgen jetzt die Resultate, wie sie sich aus den einzelnen Versuchen ergaben.

Atmosphärische Luft.

Barometerstand 27 Zoll 10,3 Linien, Thermometer nach Reaum. 14,1 Grad, Länge der Röhre vom Niveau des Quecksilbers zum Gewölbe des Glases 30,2 Zolle.

Neigung der Röhre	90° — 70° — 50° — 30° — 20°
Raum der Luft	6,65 — 5,85 — 3,775 — 2,025 — 1,65 Z.
Länge der § Säule	25,55 — 24,55 — 26,425 — 28,175 — 28,55 —
corrigirte Längen	23,55 — 24,5525 — 26,4342 — 28,1898 — 28,566 —
senkrechte Höhe	} 23,55 — 22,884 — 20,250 — 14,100 — 9,7702 —
der § Säule	
Pressung gegen	} 4,3083 — 4,9643 — 7,6083 — 13,7584 — 18,0881 —
die eingeschlo-	
fene Luftsäule	

Aus den Werthen der letzten Reihe, verbunden mit dem Raume der Luft bey lothrechter Stellung der Röhre, wurden die Räume der Luft für die geneigten Stellungen der Röhre nach dem mariottischen Geseze berechnet, und mit den beobachteten Räumen verglichen, wie folgt

Neigungs- winkel	—	berechn.	—	beobachtete	—	Unter- schiede
		Räume				
70°	—	5,7713	—	5,85	—	— 0,0787 Zolle
50°	—	3,7657	—	3,775	—	— 0,0093 —
30°	—	2,0824	—	2,025	—	+ 0,0574 —
20°	—	1,5840	—	1,65	—	— 0,066 —

mittl. Raum 5,525 mittlerer Unterschied 0,05285

Verhältnis beider = 1 : 63.

Bey

Bey den folgenden Versuchen sind, der Kürze halber, blos die gehörig corrigirten Zahlen hingeschrieben worden:

Stickgas.

Barometer 27 Zoll 11,7 Linien, Therm. 14° Reaum.

Neigungswinkel	90° — 70° — 50° — 40° — 30°
Raum der Luft	15,6238 — 15,1854 — 13,6739 — 12,6529 — 11,3456
Länge der & Säule	14,55 — 14,9713 — 16,4561 — 17,4593 — 18,7434
senkrechte Höhe	14,55 — 14,068 — 12,648 — 11,276 — 9,3717
Pressung	13,425 — 13,907 — 15,327 — 16,699 — 18,6033

Neigungswinkel	beobacht.	—	berechn.	—	Unterschied
	Raum		der Luft		
90°	—	15,6238	—	15,6238	
70°	—	15,1854	—	15,082	— 0,1034
50°	—	13,6739	—	13,685	— + 0,0111
40°	—	12,6529	—	12,561	— 0,0919
30°	—	11,3456	—	11,275	— 0,0706

mittl. Raum 13,21445 mittl. Untersch. 0,06925

Verhältniß des mittleren Unterschiedes zum mittleren Raume = 1 : 190.

Sauerstoffgas.

Barometer 27 Zoll 10,5 Linien, Thermom. 13° R.

Neigung 90° - 60° - 50° - 40° - 30°

Raum der Luft } 9,642-8,0384-7,01-5,77-4,70 Zoll

Länge der } 20,40-21,975-22,9983-24,2423-25,3157 —
 & Säule }

senkrech- } 20,40-19,031-17,617-15,582-12,6578 —
 te Höhe }

Pressung 7,475-8,844-10,258-12,293-15,2172 —

Neigung berechn. — beobacht. Untersche
 Räume der Luft

90°	—	9,642	—	9,642	
60°	—	8,1495	—	8,0384	+0,1111 Zolle
50°	—	7,0261	—	7,01	+0,0161 —
40°	—	5,8631	—	5,77	+0,0931 —
30°	—	4,7363	—	4,70	+0,0363 —

mittler. Raum 6,3796 mittl. Untersch. 0,06415

Verhältnis des mittleren Unterschiedes zum middle-
 ren Raume = 1 : 99.

Kohlen-

Kohlensaures Gas.

Barometer 27 Zoll 11 Linien, Therm. 14° R.

Neigung der Röhre	} 90° — 45° — 30° — 20°
Raum der Luft	} 10,858 — 7,65 — 5,85 — 5,75 Zoll
Länge der Säule	} 19,405 — 22,56 — 24,3658 — 25,4692 —
senkrech- te Höhe	} 19,405 — 15,952 — 12,1879 — 8,711 —
Pressung	8,512 — 11,965 — 15,7291 — 19,206 —

Neigung — berechn. — beobacht. — Unterschiede
Räume der Luft

90°	— 10,858 — 10,858
45°	— 7,7244 — 7,65 — 0,0744
30°	— 5,875 — 5,85 — 0,025
20°	— 4,8112 — 4,75 — 0,0612

mittler. Raum 6,0666 mittl. Untersch. 0,05353

Verhältnis des mittleren Raumes zum mittleren Unterschied = 113 : 1.

Ammoniakgas.

Barometer 27 Zoll 11,3 Linien, Therm. 10° R.

Neigung	} 90° — 70° — 60° — 50° — 40° — 30°
Räume d. Luft	} 8,973 - 8,213 - 7,40 - 6,29 - 5,15 - 4,05 Z
Länge d. § Sle.	} 21,25 - 22,052 - 22,805 - 23,918 - 25,062 - 26,166 —
senkr. Höhe	} 21,25 - 20,72 - 19,745 - 18,316 - 16,102 - 13,075 —
Pres- sung	} 6,692 - 7,222 - 8,177 - 9,626 - 11,840 - 14,867 —

Neigung — berechn. — beobacht. — Unterschiede
Räume der Luft

70°	—	8,3145	—	8,213	—	+ 0,1015
60°	—	7,3437	—	7,40	—	— 0,0566
50°	—	6,238	—	6,29	—	— 0,0522
40°	—	5,072	—	5,15	—	— 0,078
30°	—	4,039	—	4,05	—	— 0,014

mittler. Raum 6,2206 mittl. Untersch. 0,06004

Verhältnis des mittleren Unterschiedes zum mittleren Raume = 1 : 103.

Wasser-

Wasserstoffgas.

Barometer 27 Zoll 11 Linien, Therm. 11° R.

Neigung	—	90°	—	45°	—	30°
Raum der Luft	—	8,075	—	4,78	—	3,30
Länge der § Säule	22,075	—	25,380	—	26,865	
senkrechte Höhe	22,075	—	17,946	—	13,432	
Pressung	—	5,842	—	9,971	—	14,485

Neigung — berechn. — beobacht. — Unterschiede

Räume der Luft

45° — 4,7309 — 4,78 — — 0,0491

30° — 3,2567 — 3,30 — — 0,0433

mittler. Raum 4,04 mittlerer Unterschied 0,0462

Verhältnis des mittleren Unterschiedes zum mittleren Raume = 1 : 88.

Aus den vorstehenden Versuchen folgt, daß die Abweichungen von dem mariottischen Geseze bey der atmosphärischen Luft eben so groß, als bey den übrigen der Prüfung unterworfenen Gasarten war. Ich bin aber geneigt die bemerkten Abweichungen selbst nicht einmal für wahre Anomalien von dem mariottischen Geseze, sondern größtentheils für Folgen der Unvollkommenheit der Beobachtungen zu erklären. Meine Gründe dazu sind folgende. Der mittlere Unterschied zwischen den beobachteten, und den nach dem mariottischen Geseze berechneten Räumen war bey den verschiedenen Gasarten, der mittlere Raum mochte in den ein-

einzelnen Versuchen grösser oder kleiner seyn, ziemlich constant, 0,05 — 0,06 Zolle. Dies könnte wohl nicht der Fall gewesen seyn, wenn die Unterschiede von einer Abweichung in dem Geseze der Zusammenpressung herrührten. Auch beträgt nach den vorstehenden Versuchen die Abweichung von dem mariottischen Geseze bey der atmosphärischen Luft, mit Rücksicht auf die Grösse des mittlern Raumes, mehr als bey den übrigen Gasarten, und doch gilt ohne Zweifel das mariottische Gesez für die atmosphärische Luft innerhalb der Gränzen unserer Versuche. Die bis auf mehrere Hunderttheile sich erstreckenden Fehler der Beobachtungen mögen vorzüglich von dem schiefen Stande der Oberfläche der Quecksilbersäule bey den geneigten Lagen der Glasröhre herrühren, welcher nicht erlaubte, die eingeschlossene Luftsäule mit einer grössern Genauigkeit zu schätzen. Hierzu haben sich vielleicht kleine Temperaturveränderungen der eingeschlossenen Luft gesellt, welche durch das aussen beobachtete Thermometer nicht angegeben wurden. Doch kann ich nicht umhin eines Versuches mit dem Stickgas zu erwähnen, welcher eine bedeutendere Abweichung gab. Es ist folgender:

senkrecht gepresst	—	beobacht. Räume	—	berechnete	—	Unter- schiede
7,660	—	9,699	—	9,699		
8,293	—	9,056	—	8,9578	—	0,0982
10,475	—	7,20	—	7,0962	—	0,1084
12,565	—	6,00	—	5,9128	—	0,0872
15,443	—	4,90	—	4,8109	—	0,0891

Hier

Hier steigen die Unterschiede fast alle bis auf 0,1 Zoll. Der mittlere Unterschied beträgt 0,095725. Ich verwarf die Resultate dieses Versuches, weil ich bemerkte, daß, nach dem Einfüllen des Glases, die mit den austrocknenden Substanzen angefüllte Zwischenröhre mit einem sichtbaren Dunst beschlagen war. Indessen gaben mir die bey diesem Versuche bemerkten größern Abweichungen die Veranlassung noch einen Versuch mit atmosphärischer Luft anzustellen, welche ich vorher mit Dünsten von Schwefelnaphtha angeschwängert hatte. Folgendes sind die Resultate desselben.

senkrech- te Pressung	—	beobacht. Räume	—	berechn.	—	Untersch.
7,93	—	9,9348	—	9,9348		
9,264	—	8,3710	—	8,5042	—	+ 0,1332
10,658	—	7,3700	—	7,3919	—	+ 0,0219
12,694	—	6,2000	—	6,2063	—	+ 0,0063
15,5222	—	5,060	—	5,0755	—	+ 0,0155

Aus diesem Versuch erhellet, daß, die mit Naphthadünsten gesättigte Luft noch eben so dem mariottischen Geseze folget, als die nicht damit angefüllte. Es ist daher mehr als wahrscheinlich, daß die bey dem feuchten Stickgase bemerkten Abweichungen in dem vorlezten Versuche von einer andern Ursache, als einer verschiedenen Zusammenpressung der feuchten Luft herrühren. Wären die beobachteten Räume kleiner, als die nach dem mariottischen Geseze berechneten, gewesen, so hätte man auf eine Zersezung der Dämpfe durch die Zu-

sam-

sammenpressung rathen können. Es waren aber die beobachteten Räume sämmtlich grösser, als die berechneten. Sollte vielleicht eine nicht wahrgenommene Erhöhung der Temperatur, oder die durch die Feuchtigkeit verminderte Capillarattraction der Röhrenwand gegen die Quecksilbersäule die Ursache von dem niedrigeren Stande des Quecksilbers bey dem Versuche mit dem feuchten Stickgase gewesen seyn?

V.

Schreiben des Herausgebers

an

Herrn Professor Schmidt in Gießen

über

*die Rectification und Quadratur des
Kreises vermittelt der Elementargeometrie.*

Sie erinnern sich ohne Zweifel noch, dass ich Ihnen vor etwa acht Jahren bey einer unserer Zusammenkünfte in Frohnhausen eine sehr einfache geometrische Kreisquadratur vorgelegt habe, die ich unter der Voraussetzung entworfen hatte, dass die Zusammensetzung der Parabel aus Kreisbögen, welche Leutmann in seinem *Vulcanus famulans* zeigt, richtig sey, dass wir aber bald nachher uns überzeugt haben, dass man auf dem, von Leutmann beschrie-

beschriebenen, Wege keine wahre Parabel, sondern nur eine der Parabel sich nähernde Curve erhalten könne.

Seit dem wurde ich durch den häufigen Gebrauch, den man in der Baukunst, in der Forstwissenschaft und in andern Zweigen der Anwendung physischer und mathematischer Kenntnisse theils von der Rectification, theils von der Quadratur des Kreises zu machen Gelegenheit hat, auf jenes Problem zurückgeführt. Diesen Winter gab mir die Construction der sogenannten Badthermometer, bey welchen die, auf ein Rechteck von steifem Papier oder Pergament gezeichnete, Scale cylindrisch aufgerollt und in eine, neben der Thermometerröhre befestigte, cylindrische Glasröhre eingeschoben wird, eine neue Veranlassung, darüber nachzudenken. Ich fing nun an, mich für die Wissenschaft zu schämen, dafs sie, bey einem so unübersehbaren Reichthume ihrer theoretischen Sätze, den technischen Künstler in so einfachen Anwendungen so ganz hülfslos lassen soll. Wie? — dachte ich — sollte es denn nicht möglich seyn, mit Hülfe des längst bekannten Ludolphischen Kreisverhältnisses, blofs durch die Elementargeometrie zu einer einfachen Construction für die Rectification und Quadratur des Kreises zu gelangen, die mit der gewünschten Leichtigkeit doch eine solche Genauigkeit vereinigte, welche in allen möglichen Fällen der Anwendung als vollkommen erschöpfend angesehen werden könnte?

Das

Das Resultat, was sich bey fortgesetztem Nachdenken darüber mir darbot, enthält der folgende Auffaz, von welchem ich glaube hoffen zu dürfen, daß er allen, die öfter in den Fall kommen, den Kreis zu rectificiren und zu quadriren, willkommen seyn, und in der Beschreibung des Quadraturinstruments einen nützlichen Zufaz zu unsern mathematischen Bestecken liefern werde.

Aufgabe I.

Unter Voraussetzung des Ludolphischen Kreisverhältnisses den Kreis zu rectificiren.

<i>Gegeben</i>	<i>Fig.</i>	<i>Gesucht</i>
Ein Kreis A D B E.	15.	Eine gerade Linie, welche dem $\odot$ A D B E gleich sey.

Auflösung.

- 1) Nimm des Kreises Mittelpunkt C.
- 2) Ziehe die Durchmesser A B, D E auf einander lothrecht.
- 3) Theile den Halbmesser C D in 100 gleiche Theile.
- 4) Verlängere C D in gerader Richtung, trage auf der Verlängerung von D nach F 23 solcher Hunderttheile und 37 Hunderttheile eines solchen Theils, oder 2337 Zehntausendtheile des Radius ab, und ziehe F B.
- 5) An den Punkt D des Kreises A D B E ziehe eine Tangente.

H

6) Aus

6) Aus F beschreibe mit dem Halbmesser FB durch B einen Kreisbogen, welcher die Tangente schneiden wird.

7) Ist G der Durchschnittspunkt, so ist DG die dem Quadranten BD der Kreislinie AEBD gleiche Tangente so nahe, daß das Kreisverhältnis, welches daraus folgt, bis auf 1 Milliontheilchen richtig ist.

Beweis.

I. Ziehe die Verbindungslinie FG, so ist, wenn $DF = x$, $BC = CD = \varrho$, $BF = FG = r$, die dem Quadranten gleiche Tangente $DG = q$ gesetzt wird, $CF = \varrho + x$; ferner $\overline{BF}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CF}^2$, d. i. $r^2 = \varrho^2 + (\varrho + x)^2 = 2\varrho^2 + 2\varrho x + x^2$.

II. Nun ist ferner $\overline{FG}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{DG}^2$, d. i. weil $FG = FB$, $r^2 = x^2 + q^2$.

III. Diese beyden Gleichungen für r^2 verbunden geben

$$x^2 + q^2 = x^2 + 2\varrho x + 2\varrho^2$$

$$q^2 = 2\varrho x + 2\varrho^2$$

$$q^2 = (x + \varrho) 2\varrho$$

$$\frac{q^2}{2\varrho} = x + \varrho$$

$$\frac{q^2}{2\varrho} - \varrho = x.$$

IV. Da nun, nach dem Ludolphischen Kreisverhältnisse, für $\varrho = 100$ die Kreisperipherie

$$p =$$

$p = 628,31853072$, folglich der Quadrante

$q = 157,07963268$, so ist

$q^2 = 24674,0110028837239824$, also

$x = 23,370055014418619912$.

V. Da in diesem Ausdrücke für $x = DF$ die dritte und vierte Decimalstelle mit Nullen besetzt sind, so erhält man dadurch den Vortheil bey dem Werthe von DF mit zwey Decimalstellen sich begnügen zu können, weil $DF = 23,37$ gesetzt, die dem Quadranten BD gleiche Tangente DG schon mit einer solchen Genauigkeit giebt, die das Kreisverhältniß bis auf 1 Milliontheilchen richtig darstellt.

VI. Davon kann man sich durch folgende Rechnung überzeugen:

Wird $DF = 23,37$ gesetzt, so ist $CF = 123,37$, also $\overline{CF}^2 = 15220,1569$; $\overline{BC}^2 = 10000$, folglich $\overline{BF}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CF}^2 = 25220,1569$. Nun ist ferner $\overline{DF}^2 = 546,1569$, also $DG = \sqrt{(\overline{BF}^2 - \overline{DF}^2)} = \sqrt{(\overline{BF}^2 - \overline{DF}^2)} = \sqrt{(24674)} = 157,079597$. Wird dieser Ausdruck des Quadranten durch 50, als den vierten Theil des Durchmessers, dividirt, so giebt der Quotiente 3,141591 das Kreisverhältniß bis auf 1 Milliontheilchen mit dem Ludolphischen übereinstimmend.

Anmerkung. Dafs die, in der Auflösung der Aufgabe I. angegebene, Construction ein genaueres Resultat gebe, als die Integralrechnung, wenn man

von der unendlichen Reihe, welche den Bogen durch seinen Sinus ausdrückt, sechs Glieder, jedes bis auf sieben Decimalstellen, berechnet, kann auf folgende Art gezeigt werden:

I. Wenn des Kreises Halbmesser $= 1$ gesetzt wird, so ist bekanntlich die Gleichung für den Kreis $y^2 = 2x - x^2$.

II. Diese Gleichung differentiirt giebt:

$$2y dy = 2dx - 2x dx \text{ oder}$$

$$y dy = (1 - x) dx, \text{ und mithin}$$

$$\frac{y dy}{1 - x} = dx, \text{ also auch}$$

$$\frac{y^2 dy}{1 - 2x + x^2} = dx.$$

III. Wird in dem Nenner dieses Ausdrucks für $- 2x + x^2$ sein Werth $- y^2$ gesetzt, so erhält man

$$\frac{y^2 dy}{1 - y^2} = dx$$

$$+ dy = + dy$$

$$\frac{y^2 dy}{1 - y^2} + dy = dx + dy, \text{ oder}$$

$$\frac{y^2 dy + dy - y^2 dy}{1 - y^2} = dx + dy, \text{ d. i.}$$

dy

$$\frac{dy^2}{1-y^2} = dx^2 + dy^2$$

$$\sqrt{\quad} = \sqrt{\quad}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \sqrt{dx^2 + dy^2} \text{ oder}$$

$$dy \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} = \sqrt{dx^2 + dy^2}, \text{ oder}$$

$$dy \frac{1}{(1-y^2)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{dx^2 + dy^2}, \text{ oder}$$

$$\text{endlich } dy (1-y^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

IV. Wird nun $(1-y^2)^{\frac{1}{2}}$ nach der Binomialformel in eine unendliche Reihe aufgelöst, und der erste Theil der binomischen Wurzel mit P, der Quotient der Division des zweyten durch den ersten mit Q bezeichnet, so ist hier $P=1$, $Q=-\frac{y^2}{1}$, $=-y^2$, $m=-1$, $n=2$; folglich

$$P^{\frac{m}{n}} = 1^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1} = 1 = A.$$

$$\frac{m}{n} A Q = -\frac{1}{2} \times 1 \times -y^2 = +\frac{y^2}{2} = B.$$

$$\frac{m-n}{2n} B Q = \frac{-1-2}{4} \times \frac{1}{2} y^2 \times -y^2 = \frac{3}{8} y^4 = C.$$

$$\frac{m-2n}{3n} C Q = -\frac{5}{6} \times \frac{3}{8} y^4 \times -y^2 = \frac{5}{16} y^6 = D.$$

$$\frac{m-3n}{4n} D Q = -\frac{7}{8} \times \frac{5}{16} y^6 \times -y^2 = \frac{35}{128} y^8 = E.$$

$$\frac{m-4n}{5n} E Q = -\frac{9}{10} \times \frac{35}{128} y^8 \times -y^2 = \frac{315}{1280} y^{10} = F$$

etc. etc.

V.

V. Werden nun alle Glieder mit dy multiplicirt, so erhält man

$$dy (1 - y^2)^{-\frac{1}{2}} = dy + \frac{1}{2} y^2 dy + \frac{3}{8} y^4 dy + \frac{5}{16} y^6 dy \\ + \frac{35}{128} y^8 dy + \frac{315}{16384} y^{10} dy + \text{etc.}$$

VI. Davon aber ist das Integral

$$= y + \frac{1 \cdot y^3 dy}{2 \cdot 3 \cdot dy} + \frac{3 \cdot y^5 dy}{8 \cdot 5 \cdot dy} + \frac{5 y^7 dy}{16 \cdot 7 \cdot dy} + \frac{35 \cdot y^9 dy}{128 \cdot 9 \cdot dy} \\ + \frac{315 \cdot y^{11} dy}{1280 \cdot 11 \cdot dy} + \text{etc.}$$

$$= y + \frac{1}{2 \cdot 3} y^3 + \frac{3}{2 \cdot 4 \cdot 5} y^5 + \frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7} y^7 + \frac{5 \cdot 7}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 9} y^9 \\ + \frac{5 \cdot 7 \cdot 9}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 11} y^{11} + \text{etc.}$$

VII. Werden die letzten drey Glieder dieser Reihe im Zähler und Nenner mit 3 multiplicirt, so erhält sie folgende Gestalt

$$y + \frac{1}{2 \cdot 3} y^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} y^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} y^7 + \\ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9} y^9 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 11} y^{11} + \text{etc.}$$

VIII. Da die Ordinate des Kreises der Sinus des, zwischen dem Anfangspunkte der Abscissen und dieser Ordinate eingeschlossenen, Bogens ist, so kann vermittelst dieser Reihe die Länge eines Bogens von einem bekannten Sinus gefunden werden. Da nun für den Halbmesser $= 1$ der Sinus des

des Bogens von 30 Graden $= 0,5$ ist, so wird, wenn man in der vorigen Reihe diesen Werth für y setzt, der Werth des Bogens $AK = \frac{1}{3} q$ gefunden, wie folgt:

$$AK = 0,5 + 0,0208333 + 0,0023437 + 0,0003487 + 0,0000593 + 0,0000109 + \text{etc.}$$

d. h. $AK = 0,5235959$.

IX. Dieses dreymal genommen giebt den Quadranten $AE = BD = 1,5707877$ für den Radius 1; folglich für den Radius 100, $BD = 157,07877$.

X. Nach der Construction wurde oben (dem. VI.) gefunden

$$DG = DB = q = 157,079597.$$

Folglich giebt diese Construction das Gesuchte genauer, als die Integralrechnung, wenn man von der unendlichen Reihe, welche den Bogen durch seinen Sinus ausdrückt, sechs Glieder, jedes bis zur siebenten Decimalstelle, herechnet (p. dem. IV.).

Aufgabe II.

<i>Gegeben</i>	<i>Fig.</i>	<i>Gesucht</i>
Ein $\odot ADBE$	15.	Ein Quadrat, welches $= \odot ADBE$ sey,

Auflösung.

1) Suche (Aufg. I.) eine gerade Linie DG gleich dem Quadranten des Kreises $AEBD$.

2) Suche zu DG und dem Durchmesser DE die mittlere Proportionallinie.

3) Ist

3) Ist diese DH, so beschreibe auf der DH ihr Quadrat D H L M, und es wird D H L M = $\odot$ A E B D seyn.

Beweis.

Vollende das Parallelogramm D G N E.

I. Nach dem bekannten archimedischen Lehrsatze (de Dim. Circ. P. 1.) ist das Dreyeck, welches zur Grundlinie hat die Peripherie, und zur Höhe den Halbmesser des Kreises, der Kreisfläche gleich.

II. Das archimedische Dreyeck aber ist gleich einem Parallelogramme, welches zur Grundlinie die halbe Peripherie und zur Höhe den Halbmesser hat (El. 1, 41.).

III. Dieses Parallelogramm aber ist einem andern gleich, welches zur Grundlinie den Quadranten der Peripherie und zur Höhe den Durchmesser des Kreises hat. Denn setzt man den Halbmesser = r , den Durchmesser = d , die Peripherie = p , so ist jenes Parallelogramm (in II.) = $\frac{1}{2} p r$, dieses aber = $\frac{1}{4} p d = \frac{1}{4} p \cdot 2 r = \frac{2}{4} p r = \frac{1}{2} p r$.

IV. Demnach ist D G N E = $\odot$ A E B D.

V. Es ist aber D G N E = D H L M (El. 6, 17.); folglich ist auch D H L M = $\odot$ A E B D d. h. $\overline{DH}^q = \odot$ A E B D, w. z. v. w.

Aufgabe III.

Ein Rectificationsinstrument zu verfertigen.

Auf-

Auflösung.

1) Beschreibe mit einem willkührlichen, jedoch nicht zu kleinen *) Halbmesser A C einen Kreis A E B D (Fig. 15.).

2) Bestimme (Aufg. I.) die dem Quadranten der Peripherie derselben gleiche Tangente D G.

3) Ziehe deren Secante C G.

4) Mache auf einer dazu vorbereiteten und wohlgeebneten Platte von Messing, Glas oder Elfenbein den Winkel $p o q = D C G$ (Fig. 16.), so ist das Instrument fertig.

Aufgabe IV.

Vermittelt des Rectificationsinstruments einen gegebenen Kreis zu rectificiren.

<i>Gegeben</i>	<i>Fig.</i>	<i>Gesucht</i>
Ein Kreis a d b e	17.	Eine gerade Linie, welche dem $\odot a d b e$ gleich sey.

Auflösung.

1) Nimm des Kreises Mittelpunkt c, ziehe den Halbmesser c d und die Tangente d h.

2) Lege das Instrument an den Mittelpunkt c so an, daß die Winkelspize o über den Mittelpunkt c, und die Schärfe des Schenkels o p längst des Halb-

*) Er ist zu klein, sobald sich 1 Zehnthheil von ihm nicht mehr füglich in 1000 Theile theilen läßt (Aufg. I. (4.)).

Halbmessers cd zu liegen komme, und ziehe längst der Schärfe des andern Schenkels oq aus dem Mittelpunkte c eine Linie nach der Tangente.

3) Ist nun g der Durchschnittspunkt dieser beyden, so ist dg dem Quadranten der Peripherie, also das Vierfache von dg der ganzen Peripherie gleich.

Beweis.

Gedenkt man sich den Kreis $aebd$ über den Kreis $AEBD$ so gelegt, daß c auf C und cd längst CD zu liegen kommt, so erhält man, es mag dg dießseits oder jeneseits der DG fallen, da $cdg = CDG = R$, folglich $dg \parallel DG$, durch diese Construction an der Linie dg die vierte Proportionallinie zu CD , DG und cd (El. 6, 2.); und dies ist eben die Eigenschaft, welche die Tangente des, dem DCG gleichen, Winkels dcg (er ist zu allernächst $= 57^\circ 31' 6''$) für den Halbmesser cd , nach dem bekannten trigonometrischen Lehrfaze, daß die trigonometrischen Linien ähnlicher Kreisbögen sich wie die Halbmesser verhalten, haben muß.

Da nun DG dem Quadranten ihrer Kreislinie gleich ist (p. hyp.), so muß auch dg dem Quadranten der ihrigen gleich seyn.

Aufgabe V.

Ein Quadraturinstrument zu verfertigen.

Auflösung.

1) Beschreibe mit einem willkührlichen, jedoch nicht zu kleinen, Halbmesser AC einen Kreis $AEBD$ (Fig. 15.).

2) Be-

2) Bestimme (Aufg. I.) die dem Quadranten der Peripherie desselben gleiche Tangente.

3) Suche die mittlere Proportionallinie zu dieser Tangente und dem Durchmesser des Kreises (El. 6, 13.).

4) Trage diese auf der verlängerten Tangente von D nach H ab und ziehe die Secante CH.

5) Mache auf einer dazu vorbereiteten und wohlgeebneten Platte von Messing, Glas oder Elfenbein den Winkel $POQ = DCH$ (Fig. 16.), und schneide ihn sorgfältig aus, so ist das Instrument fertig.

Aufgabe VI.

Vermittelt des Quadraturinstruments einen gegebenen Kreis zu quadriren.

<i>Gegeben</i>	<i>Fig.</i>	<i>Gesucht</i>
Ein Kreis $aebd$.	17,	Die Seite eines Quadrats, welches $= \odot aebd$ sey.

Auflösung.

1) Nimm des Kreises Mittelpunkt c , ziehe den Halbmesser cd und die Tangente dh .

2) Lege das Instrument an den Mittelpunkt c so an, daß die Winkelspize O über den Mittelpunkt c , und die Schärfe des Schenkels OP längst des Halbmessers cd zu liegen komme, und ziehe längst der Schärfe des andern Schenkels OQ aus dem Mittelpunkte c eine Linie nach der Tangente.

3) Ist

3) Ist nun h der Durchschnittspunkt dieser beyden, so ist dh die Seite des Quadrats, welches der Fläche des gegebenen Kreises zunächst gleich ist.

Beweis.

Gedenkt man sich den Kreis $aebd$ über den Kreis $AEBD$ so gelegt, daß c auf C und cd längst CD zu liegen kommt, so erhält man durch diese Construction aus denselben Gründen, wie in Aufg. IV. an der Linie dh die vierte Proportionallinie zu CD , DH und cd , welches eben die Tangente des, dem DCH gleichen, Winkels dch (er ist zunächst $= 60^\circ 42' 23''$) für den Halbmesser cd seyn muß. Da nun DH zugleich die mittlere Proportionallinie zwischen DG und $2DC$ (p. constr.), und als solche die Seite des, dem Kreise $AEBD$ von dem Radius CD gleichen Quadrats ist (Aufg. II. dem.), so muß auch dh zugleich die mittlere Proportionallinie zwischen dg und $2dc$, und als solche, die Seite des, dem Kreise $aebd$ von dem Radius cd gleichen Quadrats seyn.

Aufgabe VII.

Vermittelt des Quadraturinstruments einem gegebenen Quadrate einen Kreis gleich zu machen.

<i>Gegeben</i>	<i>Fig.</i>	<i>Gesucht</i>
Ein Quadrat $ABCD$.	18.	Der Radius eines, dem Quadrate $ABCD$ gleichen, Kreises.

Auflö-

Auflösung.

1) Lege das Instrument POQ an die linke Seite AD des Quadrats so, daß die Schärfe des Schenkels OP längst der AD zu liegen komme.

2) Rücke den Schenkel OP , ohne ihn von der Linie AD zu entfernen, längst derselben so lange hin und her, bis die Schärfe des andern Schenkels OQ den Endpunkt B der Grundlinie AB durchschneidet.

3) Trifft bey dieser Lage des Instruments die Winkelspize O auf den Punkt E der Seite AD , so ist AE der Halbmesser des gesuchten Kreises, welcher dem Quadrate $ABCD$ gleich ist.

Beweis.

AB ist die Tangente des Winkels $AEB = POQ$ für den Halbmesser AE , und als solche die mittlere Proportionallinie zwischen $2AE$ und der, dem Quadranten des Kreises von dem Radius AE gleichen, geraden Linie, also die Seite des, eben diesem Kreise gleichen, Quadrats (Aufg. II. VI.).

Aufgabe VIII.

Das Rectifications - und Quadratur - Instrument in Eines zu bringen.

Auflösung.

1) Trage auf eine wohlgeebene Platte zuerst den Quadraturwinkel POQ (Fig. 16.), und dann innerhalb desselben den Rectificationswinkel poq so
ab,

ab, daß die Schenkel beyder etwa um $\frac{1}{4}$ Zoll von einander entfernt bleiben.

2) Schneide die Fläche zwischen den Schenkeln des letzteren sorgfältig heraus und schärfe die Kanten der Schenkel beyder Winkel gleichförmig ab, so ist das Verlangte geschehen.

Anmerkung. Um dieses Quadraturinstrument noch bequem in die mathematischen Bestecke von der gewöhnlichen Form zu bringen, wird man die Schenkel des Quadraturwinkels nicht viel über vier Zoll lang machen dürfen. Daß ihre Länge nicht viel unter dieser Grenze genommen werde, ist eine Regel, welche die verlangte Leichtigkeit und Genauigkeit seines Gebrauchs vorschreibt. Uebrigens ist es wohl für sich selbst einleuchtend, daß die letztere hauptsächlich von der Genauigkeit der Theilung des Halbmessers (Aufg. I. (3.)) abhängt, deren äußerste Grenze zu erreichen dem Künstler dadurch nicht bloß möglich, sondern selbst leicht gemacht ist, daß er hier, durch einen seltenen Glücksfall, die unumschränkte Freyheit behält, diesen Halbmesser so groß, als er immer will, zu nehmen.

VI.

Auszug eines Schreibens

des

Herrn Hofraths Kausler zu Ochsenburg

im Wirtembergischen

an den Herausgeber

über

die, ihm aufgetragene, Beforgung einer, nach den verschiedenen Disciplinen geordneten, Sammlung der, in den petersburgischen Commentarien zerstreuten, mathematischen Abhandlungen.

Ochsenburg bey Bessigheim,

den 22. Febr. 1810.

Folgende Nachricht wird Ihnen nicht uninteressant seyn.

Die kaiserliche Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg, in Betracht, daß ihre, seit bey nahe einem Jahrhunderte herausgegebene, Denkschriften von dem größten Theile des Publikums nur höchst selten benutzt werden können, hat beschlossen, um die darin enthaltenen so wichtigen und

und so zahlreichen Abhandlungen gemeinnütziger zu machen, dieselbigen nach wissenschaftlicher Ordnung im Auszuge dem Publikum so mitzutheilen, daß jedes Fach, z. B. Geometrie, Algebra etc. seine eigenen, unabhängigen Bände erhält, und, vor etwa einem halben Jahre, durch einen akademischen Beschluß, die Ausführung dieses, eben so wichtigen, als nützlichen, Geschäfts mir aufgetragen. Gegenwärtig bearbeite ich die Geometrie und Analysis finitorum, und hoffe noch dieses Jahr ein Paar Bände zu liefern. Sie können nicht glauben, welchen Reichthum von Methoden und einzelnen vortrefflichen Sätzen, die zum Theil in unsern besten Compendien noch fehlen, diese Arbeit dem Publikum darlegen wird. Von dem Detail ein ander Mal mehreres!

VII.

Schreiben des Herausgebers

an

Herrn Professor Schmidt in Gießen]

enthaltend

die Beschreibung eines neuen Ventil-
barometers.

Augsburg, den 20. März 1810.

Sie erinnern Sich ohne Zweifel noch des vortrefflichen Reisebarometers, welches ich vor etwa sechs Jahren durch den geschickten Mechanicus, Herrn Hoffmann aus Berlin, in Marburg verfertigen liefs *). Dieses schöne Instrument wurde mir im October des Jahrs 1808 auf meiner Reise von Marburg nach Stuttgart dadurch unbrauchbar, dafs durch das Stossen des Wagens auf den verdorbenen Wegen der Wetterau eine Luftblase über die Queckfilber-

*) Es war ein Gefäfsbarometer, bey welchem die Sperrung des Queckfilbers im Gefäße durch einen planconcaven Zwischenboden bewirkt wurde, in dessen Hölung das, in einem ledernen Beutelchen befindliche, Queckfilber vermittelt eines, an einer, durch den Boden des Gefäßes gehenden, Schraube befestigten, Kugelsegments getrieben werden konnte.

berfäule hinauf getrieben wurde. Aus Verdruss über diesen Unfall trat ich das Instrument in Frankfurt bey meiner Durchreise an Herrn Hieronymus ab.

Eben so kennen Sie das einfache und schöne Reisebarometer, welches der verstorbene Ciarcy in dem letzten Jahre seines Lebens für mich verfertigt hat *).

Dieses fand ich einige Wochen später, auf der Reise von Stuttgart nach Wien an der baierischen Grenze, der unteren Kugel gegenüber, zerbrochen. Diese verdrießlichen Erfahrungen mit mehreren ähnlichen, schon früher an andern Reisebarometern von verschiedener Construction, wie auch an gewöhnlichen Heberbarometern gemachten, zusammen genommen, brachten mich zu der Ueberzeugung, daß es, bey allen bisher bekannten Einrichtungen der Reisebarometer, auch bey der größten Vorsicht in Absicht auf das Einpacken und den Transport, sogar bey dem Aufhängen des Instruments an der Decke eines gut gebaueten und in Federn hangenden Wagens, schlechterdings unmöglich sey, gegen das Zerbrechen oder das Eindringen der Luft vollkomme-
ne

*) Dies war ein Heberbarometer, das an beyden Enden mit einer Kugel versehen war, in welche die Barometerröhre vermittelst einer Haarröhre sich einmündete. Der kürzere Schenkel über der unteren Kugel konnte durch einen genau passenden Korkstößel verschlossen werden.

ne Sicherheit zu erhalten. Diese Ueberzeugung gab mir die natürlichste Veranlassung darüber nachzudenken, wie ich den erlittenen Verlust so ersezen könnte, daß ich für die Zukunft ähnlichen Zufällen nicht mehr ausgesetzt wäre. Dabey bestimmten mich jene früheren Erfahrungen in Ansehung der Zusammensetzung des Instruments von folgenden Bedingungen auszugehen:

1) Das Kochen des Quecksilbers in der Röhre sollte, als eine, nie ganz gefahrlose, Operation entbehrlich gemacht werden.

2) Dessen ungeachtet sollte die Röhre nicht nur von Anfang leicht luftleer gemacht, sondern auch, wenn späterhin bey dem Gebrauche etwas Luft hineingekommen wäre, eben so leicht wieder davon befreyet werden können.

3) Das Instrument sollte, ohne Gefahr, durch Stöße und Erschütterungen, oder durch Veränderungen der Temperatur beschädiget oder zerbrochen zu werden, leicht von einem Orte zum andern gebracht und auf Reisen, sowohl zu Pferd als zu Wagen, mitgeführt werden können.

4) Wenn auch einmal durch einen Unfall die Röhre zerbrochen würde, so sollte sie durch eine andere von gleichen Dimensionen leicht wieder ersetzt werden können, ohne daß dadurch irgend einer von den übrigen Theilen des Instruments unbrauchbar würde.

5) Das Instrument sollte zu Höhenmessungen und zum Nivelliren eben so gut, wie zu den gewöhnlichen Beobachtungen an einem festen Wohnorte dienen.

6) Der Gebrauch desselben zu allen diesen Zwecken sollte, in Absicht auf Leichtigkeit, Genauigkeit und Bequemlichkeit keinen billigen Wunsch unbefriediget lassen.

Wiefern es mir gelungen sey, diesen Bedingungen Genüge zu leisten, wird die nachstehende Beschreibung des Instruments Sie übersehen lassen*). Ein Verzeichniß verschiedener, mit demselben in den hiesigen Umgebungen angestellter, Beobachtungen muß ich dem nächsten Hefte vorbehalten.

I. Einrichtung der Ventilbüchsen.

Fig. 1. stellt die obere Ventilbüchse vor; *Aab* ist der Deckel, *acdb* die Ventilbüchse, *cdfe* die Verbindungsröhre, in welche die Barometerröhre bey *ef* eingekittet wird, wie Fig. 5. 6. zeigt.

Fig. 2. stellt die untere Ventilbüchse dar, wo *Bab* der Deckel, *abdc* die Büchse, *cdfe* die Ver-

*) Bey dieser Beschreibung seze ich alle Bedingungen der Vollkommenheit eines Barometers, die sich auf das Queckfilber und die Röhre beziehen, als bekannt voraus. Von der Berichtigung dieses Instruments hingegen werde ich bey einer andern Gelegenheit das Nöthige nachtragen.

Verbindungsrohre, und *gef h* die Einmündungsrohre ist.

Fig. 3. zeigt die innere Einrichtung der Ventilbüchse. In der Büchse *a c d b* liegt bey *m* ein genau schliessendes Kegelventil, an dessen Grundfläche ein bis gegen *o* reichendes cylindrisches Stängelchen befestiget ist. Um dieses Stängelchen her wird eine Spiralfeder so gelegt, daß sie auf der Grundfläche des conischen Zapfens aufsitzt. Die Spiralfeder wird umschlossen von dem Ventilröhrchen *o n*, welches an dem, in dem Deckel *A a b* angebrachten Stege *k l* befestiget, und an seinem oberen Ende bey *o* nur so weit offen ist, als es seyn muß, um das vorerwähnte cylindrische Stängelchen durchgehen zu lassen.

Aus dieser Zusammenfetzung ist klar, daß durch das Zuschrauben des Deckels die Spiralfeder auf eine solche Art gegen die Grundfläche des conischen Zapfens gepresset wird, daß dieser nicht die Freyheit behält, nach irgend einer Seite hin um das allgeringste aus seiner richtigen Lage zu weichen.

II. Einrichtung des Gefäßes.

Fig. 4. zeigt die Einrichtung des Gefäßes. Der Boden *A B b a* und der Deckel *D C c d* sind von Eisen, das Mittelfstück *F* ist von Glas; *a b* und *c d* sind zwey eiserne Ringe mit Schraubengängen, welche an den Glascylinder angekittet werden, um vermittelst ihrer den Deckel und Boden an demselben fest zu schrauben. Bey *E* hat der Deckel eine Oeffnung,

nung mit einer gedoppelten Schraubenmutter, um von aussen die, mit der untern Ventilbüchse zusammenhangende Einmündungsröhre *gef h* (Fig. 2.), von innen aber die Sperrungsröhre *n o p q* (Fig. 7.) aufzunehmen.

III. Zusammensetzung des Instruments zum Versenden.

In Fig. 5. ist das Instrument so abgebildet, wie es eingepackt und nach entlegenen Orten gebracht wird. Um es zu dieser Absicht zusammenzusetzen, wird zuerst die Barometerröhre in die Verbindungsröhre *c d f e* (Fig. 1. 5.) so eingekittet, daß ihr Ende bis an das untere Ende *c d* der Ventilbüchse *a c d b* reicht, in welchem die Schraubenmutter sich befindet, die dazu bestimmt ist, die Verbindungsröhre aufzunehmen. Hierauf wird das andere Ende der Barometerröhre in die Einmündungsröhre *gef h* (Fig. 2. 5.) so fest gekittet, daß ein Stück *k e f l* (Fig. 6.) von der ersten über die letzte hervorragt, welches so groß ist, daß, wenn die Einmündungsröhre in den Deckel des Gefäßes bey *E* (Fig. 4.) eingeschoben wird, das untere Ende *k l* der Röhre bis gegen den untern Rand des Glascylinders reicht. Ist dieses geschehen, so wird die obere Ventilbüchse *a c d b* mit ihrem Deckel *A a b* aufgesetzt, und das Ganze allmählig von oben nach unten bis gegen den 100sten Grad der fahrenheitischen Scale erwärmt, auch das Queckfilber zur Seite in einem besondern Gefäße auf eben diese Temperatur gebracht. Nachdem beyde etwa 1 Stunde lang darin erhal-

erhalten worden, wird das Quecksilber allmählig mit der Vorsicht in die Röhre eingefüllt, daß alle sich zeigende Luftbläschen von einem Zolle der Säule zum andern durch Schütteln und Klopfen sorgfältig herausgetrieben werden. Ist endlich die Röhre bis *kl* angefüllt, so wird nun die untere Ventilbüchse *abcd* mit der Verbindungsröhre *cdfe*, welche bey *ef* eine Mutterschraube hat, aufgesetzt, hierauf der, zu dem Ventile führende Kanal so weit mit Quecksilber angefüllt, daß es bey Einsetzung des Ventils überfließen muß. Zuletzt wird das Ventil eingesetzt und vermittelst des Deckels *Bab* (Fig. 5.) geschlossen.

IV. Zusammensetzung des Instruments zum Beobachten.

Soll das Instrument zu Beobachtungen hergerichtet werden, so bringt man es in die Lage, daß der Deckel *Aab* der oberen Ventilbüchse unten zu stehen kommt; hierauf nimmt man den Deckel *Bab* der unteren Ventilbüchse *ab*, und läßt aus derselben das darin stehende Quecksilber bis an das Ende *cd* der Verbindungsröhre *cdfe*, welches mit dem unteren Ende *kl* der Barometerröhre in einer Ebene liegt, ablaufen.

Hierauf wird die Ventilbüchse *abcd* mit der Verbindungsröhre *cdfe* abgenommen, und an die Stelle der letzteren das Gefäß *ABCD* bey *ef* angeschoben. Nach diesem wird der Boden *ABba* des Gefäßes abgenommen, das Gefäß bis an den Ring

Ring *ab* mit Queckfilber gefüllt, dann der Boden wieder aufgesetzt, das Instrument schnell umgekehrt und auf *A B* gestellt.

Nachdem nun das Queckfilber in der Röhre gefallen, wird die Schraube, welche die kleine Oeffnung bey *u* verschließt, weggenommen, und mit einem gläsernen Tropfenzieher so viel Queckfilber aus dem Gefäße herausgezogen, daß der Spiegel desselben bey *rs* ohngefähr in die Mitte zwischen das untere Ende *kl* der Barometerröhre und den unteren Rand *dc* des Deckels *DCcd* zu stehen kommt. Endlich wird die Oeffnung *u* durch ihre Schraube wieder verschlossen, das Instrument an sein Brett befestiget, und die Schraube gehörig gestellt *).

V. Vorrichtung zum Verschließen der Röhre ohne die untere Ventilbüchse.

Hat man, z. B. bey einer Bergreise, mehrere **Beobachtungen** in verschiedenen, nicht allzuweit über

*) Diese Schraube ist von unten bis gegen die Mitte ihrer Scheibe in der Richtung der Axe, die Scheibe aber von ihrem Rande bis in ihren Mittelpunkt in der Richtung des Halbmessers mit einem feinen Kanale durchbohrt. Dabey ist die Schraube in der Scheibe beweglich, so daß man durch eine Viertelswendung, wie bey dem Hahne der fengwerdischen Pumpe, den Zusammenhang der beyden Kanäle herstellen oder aufheben, also der Luft den Zugang in das Gefäß öffnen oder abschneiden kann.

über einander liegenden, Stationen anzustellen, so kann man, ehe das Instrument von der einen zur andern gebracht wird, es umkehren, den Boden *ABba* des Gefäßes abnehmen, das Ende *kl* der Röhre mit dem Korkstöpsel *m* (Fig. 7.) verschließen, und alsdann die Sperrungsröhre *nopq* darüber setzen, deren Schraube *pq* in die innere Mutter des Deckels *DCcd* passet; worauf der Boden *ABba* wieder angeschoben, und das Instrument fortgebracht wird.

Durch diese Einrichtung wird die, zur Herstellung des Instruments in den, zum Beobachten tauglichen, Zustand erforderliche, Zeit um die Hälfte abgekürzt.

VI. Vorrichtung zum Austreiben der Luft.

Wenn durch irgend einen Zufall etwas Luft an das obere Ende der Röhre gekommen ist — was bey diesem Barometer zwar nicht durch das Auge, aber doch eben so sicher durch das Ohr entdeckt werden kann, wenn bey dem Anschlagen der Quecksilbersäule gegen den Boden des oberen Ventils ein so gedämpfter Schall entsteht, als wenn die Säule gegen ein elastisches Kissen schläge — so dient die in Fig. 8. abgebildete Vorrichtung dazu, die Luft durch die obere Ventilbüchse hinauszutreiben.

Nachdem zu dieser Absicht das Instrument umgekehrt und die Luftblase durch Schütteln bis an den Boden *cd* der oberen Ventilbüchse gebracht worden, wird der Boden *ABba* des Gefäßes abgenommen.

nommen und an seine Stelle der Ring *ABba* mit dem Stege *AB* angeschoben, nachdem zuvor durch die in dem letzteren befindliche Mutter *G* die Flügelschraube *H* mit ihrem, besonders abzunehmenden, stählernen cylindrischen Stöpsel *K* eingebracht worden. Dieser Stöpsel wird alsdann durch die Oeffnung *kl* in die Barometerröhre eingetrieben, und durch fortgesetztes Umwenden der Schraube *H*, nachdem zuvor der Deckel *Aab* der oberen Ventilbüchse gelüftet worden, die ganze Quecksilbersäule so weit hinaufgedrückt, bis die Luftblase durch die Ventilbüchse ausgetrieben ist. Alsdann wird der Stöpsel wieder zurückgedreht, die obere Ventilbüchse fest geschlossen, das Ende der Barometerröhre aus dem Gefäße wieder mit Quecksilber gefüllt, der Ring abgenommen, der Boden an seine Stelle zurückgebracht und das Instrument wieder umgekehrt.

VII. Einrichtung des Bretts.

Das Brett hat die Form eines Cylinders, welcher längst der Ebene durch seine Axe so getheilt ist, daß die eine Hälfte das Barometerbrett im engeren Verstande, die andere den Deckel abgiebt. Beyde sind durch messingene Bändchen mit einander verbunden, und der Deckel wird entweder durch Hacken, oder durch Federn, auf ähnliche Art, wie die Uhrgehäuse, geschlossen. Der Deckel selbst ist in zwey ungleiche Theile so geschnitten, daß der obere Theil, welcher die Scale bedeckt und nur ein Drittheil von der Länge des Ganzen beträgt, geöffnet werden kann, ohne den unteren zu öffnen. Die

Rin-

Rinne, welche das Instrument aufnehmen soll, wird zur Hälfte in das Brett, zur Hälfte aber in den Deckel so eingeschnitten, daß die obere Ventilbüchse in der Länge etwa $\frac{1}{2}$ Zoll Spielraum behält, um von unten nach oben gerückt zu werden.

Unten reicht das Brett nicht weiter, als bis an das untere Ende *ef* der Einmündungsröhre *gef*h, so daß die Verbindungsröhre *cdfe* mit der Ventilbüchse *Bcd* über das Brett hervorragt. An den untern Rand des Brettes wird, nachdem das Instrument eingelegt und der Deckel geschlossen worden, ein messingener Ring *A B C D* (Fig. 9.) mit vier versenkten Holzschrauben *m*, *n* befestiget, welcher an dem Ende *D C* eine äußere männliche und eine innere Mutter - Schraube trägt. Auf die männliche Schraube paßt die in dem messingenen Ringe *G H K L* des hohlen cylindrischen Deckels *E F G H* (Fig. 10.) befindliche Mutter. Dieser Deckel ist bestimmt, das hervorragende Stück *Bef* des Instruments aufzunehmen, und vermittelt eines, an seinem oberen Ende befindlichen elastischen Kissens gegen das obere Ende des Bretts anzudrücken, wenn es eingepackt und versendet werden soll.

Soll aber das Instrument zu Beobachtungen gebraucht werden, so wird, nachdem das Gefäß an die Einmündungsröhre befestiget worden, die Schraube *M N* des Rings *M O S N* (Fig. 11.) in die Mutter *D C* des Rings *A B C D* (Fig. 9.) eingesetzt. An dem Ringe *M O S N* ist die Gabel *O P S* befestiget, durch deren Krümmung bey *P* die Flügelschraube

TQ

TQ geht, welche bey T eine Scheibe trägt, um, bey dem Umkehren des Instruments das Gefäß ABCD darauf zu setzen.

Zwischen den Schenkeln der Gabel O P S ist ein Ring R befestiget, an dessen oberem Rande zur rechten Hand ein kleines Kreissegment *omn* in wagrechter Lage sich befindet, an dessen Bogen *mn* der Spiegel des Queckfilbers im Gefäße vermittelt der Schraube TQ so gerückt wird, daß er mit ihm in eine Ebene zu liegen kommt, um den Anfangspunkt der Scale immer unverändert zu erhalten.

Die Scale selbst wird 8 Zoll lang auf Messing gezeichnet, vermittelt eines Nonius in Zehnthelle der Linie getheilt und dann in das Brett eingelassen.

VIII. Vorrichtung zum Aufhängen.

Zur Aufhängung des Instruments dienen die in Fig. 12. abgebildeten Stücke. Unter diesen ist ABCD ein cylindrisches Segment mit einem, auf beyden Seiten von einem Falze eingeschlossenen keilförmigen Auschnitte. In diesen Falz passet der umgeschlagene Rand des keilförmigen cylindrischen Segments G E F, das an seinem oberen Ende mit einem cylindrischen Zapfen G H versehen ist.

Diese beyden Stücke werden doppelt verfertiget, und alsdann das eine auf der hinteren, das andere auf der vorderen Seite des Bretts, unter dem
obe-

oberen Rand des unteren Theils von dem Deckel, welcher bey den Beobachtungen geschlossen bleibt, in gleicher Höhe durch versenkte Holzschrauben *m, n, o* befestiget. Nachdem hierauf die Segmente *G E F* in die Falzen der Ausschnitte gehörig eingeschoben worden, wird der Ring *K M L N* mit seinen cylindrischen Zapfen *M, N* in die Pfannen eines andern Rings eingelegt, der mit drey, an seiner äusseren Fläche angebrachten beweglichen Beinen ein dreyfüßiges Stativ bildet. Endlich werden die cylindrischen Zapfen *G H* der keilförmigen Segmente *G E F* in die Pfannen *K, L* des vorgenannten Rings *K M L N* eingelegt, so kommt das Instrument von selbst in die lothrechte Lage.

Den Schwingungen des Instruments, welche bey Beobachtungen im Freyen der Wind verursachen dürfte, kann dadurch leicht abgeholfen werden, daß man an das geflügelte Ende *Q* der Schraube *T Q* (Fig. 11.) eine Bleygewicht von etwa 1 lb anhängt und solches in ein untergesetztes Gefäß mit Wasser gehen läßt.

IX. Einige Bemerkungen für den mechanischen Künstler.

1) Von den verschiedenen Theilen, aus welchen das Instrument zusammengesetzt werden muß, können bloß der Ring *A B C D* (Fig. 9.), der Ring *G H K L* (Fig. 10.) nebst den in Fig. 11. und 12. abgebildeten Vorrichtungen von Messing gemacht werden. Alles übrige, was in Fig. 1 bis 8. nicht von Glas

Glas oder Holz ist, muß aus Eisen oder Stahl gefertigt werden, und zwar darf keiner dieser Theile gelöthet, sondern alle müssen aus dem Ganzen gebohrt oder gedreht und durch Schrauben zusammengefezt werden.

2) Die Dimensionen aller Theile ergeben sich leicht aus den Dimensionen der Röhre und des Cylinders. Die Dimensionen der Röhre sind folgende: Länge 30", innere Weite 2", Glasdicke $\frac{1}{2}$ ". Die Dimensionen des Glascyllinders zum Gefäße sind diese: Höhe $1\frac{1}{2}$ ", innere Weite $1\frac{1}{2}$ ", Glasdicke 1 bis $1\frac{1}{2}$ ".

3) Die wichtigsten Theile sind die beyden Ventilbüchsen mit ihren Schrauben und Ventilen, welche letztere mit der äußersten Sorgfalt und Genauigkeit gearbeitet werden müssen, damit sie, ohne Dazwischenkunft einer Fettigkeit ihre Kanäle luftdicht verschliessen.

4) Zum Einkitten der Glasröhren kann, wegen der nothwendigen Erhizung des Instruments vor dem Füllen, kein Siegelack, sondern etwa Bernsteinfirnis gebraucht werden.

5) Die Rinne, welche das Instrument aufnehmen soll, ist mit weichem Leder oder mit feinem Wollentuch oder Sammt auszufüttern.

6) Um das Rosten zu verhüten, können die, aus Eisen bestehenden Theile des Instruments entweder mit einem schönen Firnis überzogen, oder versilbert oder vergoldet werden.

7) Zu-

7) Zugleich mit dem Instrumente muß auch ein Futteral verfertigt werden, welches alle, bey dem Einpacken und Versenden des Instruments abzunehmenden Theile desselben bequem und sicher aufnehmen kann.

8) Eben so wird es gut seyn, das in seinem Brette verschlossene und zum Versenden fertige Instrument noch in ein dichtes ledernes Futteral zu stecken.

Das Buch ist dem Verleger
einmalig überlassen worden, und
dem Verleger und dem Verleger
alle Rechte vorbehalten. Der
Verleger ist berechtigt, das
Büchlein in jeder Sprache
und in jeder Form zu
verbreiten.

Es ist zu wünschen, dass
das Buch in jeder Sprache
und in jeder Form
verbreitet wird.

E r l a n g e n,
gedruckt bey *H. L. Kunstmann.*

Druckfehler und Berichtigungen.

S. 86. Z. 8. v. o. statt: B E D lies: B C D.

S. 117. Z. 6. v. o. ft. $\sqrt{(\overline{d y})^2 + \overline{d y}^2}$ l. $\sqrt{(\overline{d x})^2 + \overline{d y}^2}$.

S. 119. Z. 10. v. u. ft. herechnet l. berechnet.

Ebend. zwischen Z. 8. u. Z. 9. v. u. muß der Satz eingeschaltet werden:

Unter Voraussetzung des Ludolphischen Kreisverhältnisses den Kreis zu quadriren.

S. 121. Z. 6. v. o. ft. derselben l. desselben.

Druckfehler und Verichtigungen

S. 26. Z. 8. v. o. statt: BCD lies: BCD.

S. 117. Z. 6. v. o. $\sqrt{(4y^2 + 4z^2)}$ lies: $\sqrt{(4x^2 + 4y^2)}$.

S. 118. Z. 10. v. u. $\sqrt{(4x^2 + 4y^2)}$ lies: $\sqrt{(4x^2 + 4y^2)}$.

Es sind zu setzen $x = \frac{1}{2}(a + b)$ und $y = \frac{1}{2}(a - b)$ so dass ein

Kreis entsteht, dessen

Fläche $\frac{1}{2}\pi(a^2 - b^2)$ ist, dessen Kreis-

umfang $\pi(a + b)$ ist.

S. 121. Z. 6. v. o. $\sqrt{(4x^2 + 4y^2)}$ lies: $\sqrt{(4x^2 + 4y^2)}$.

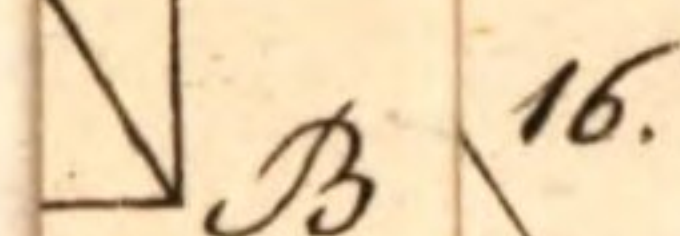
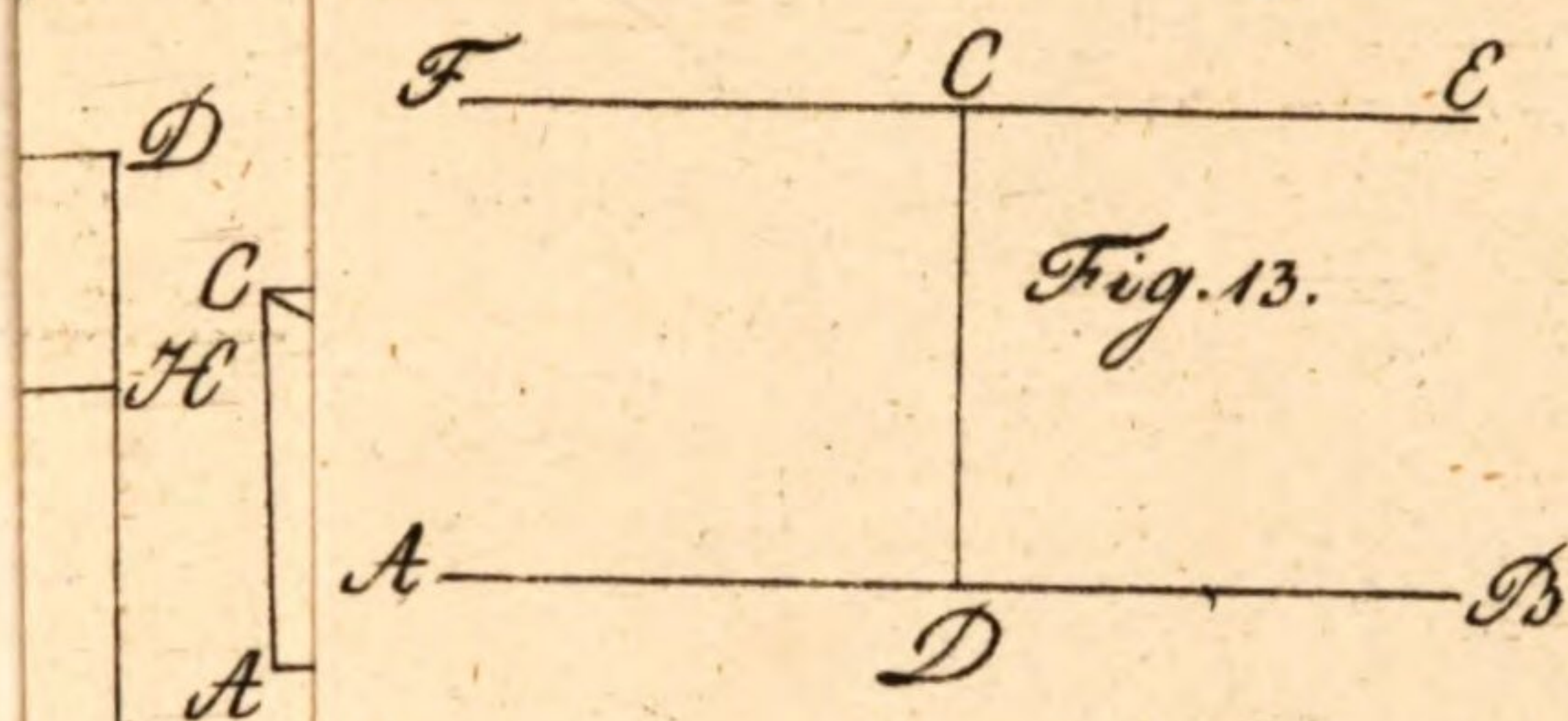
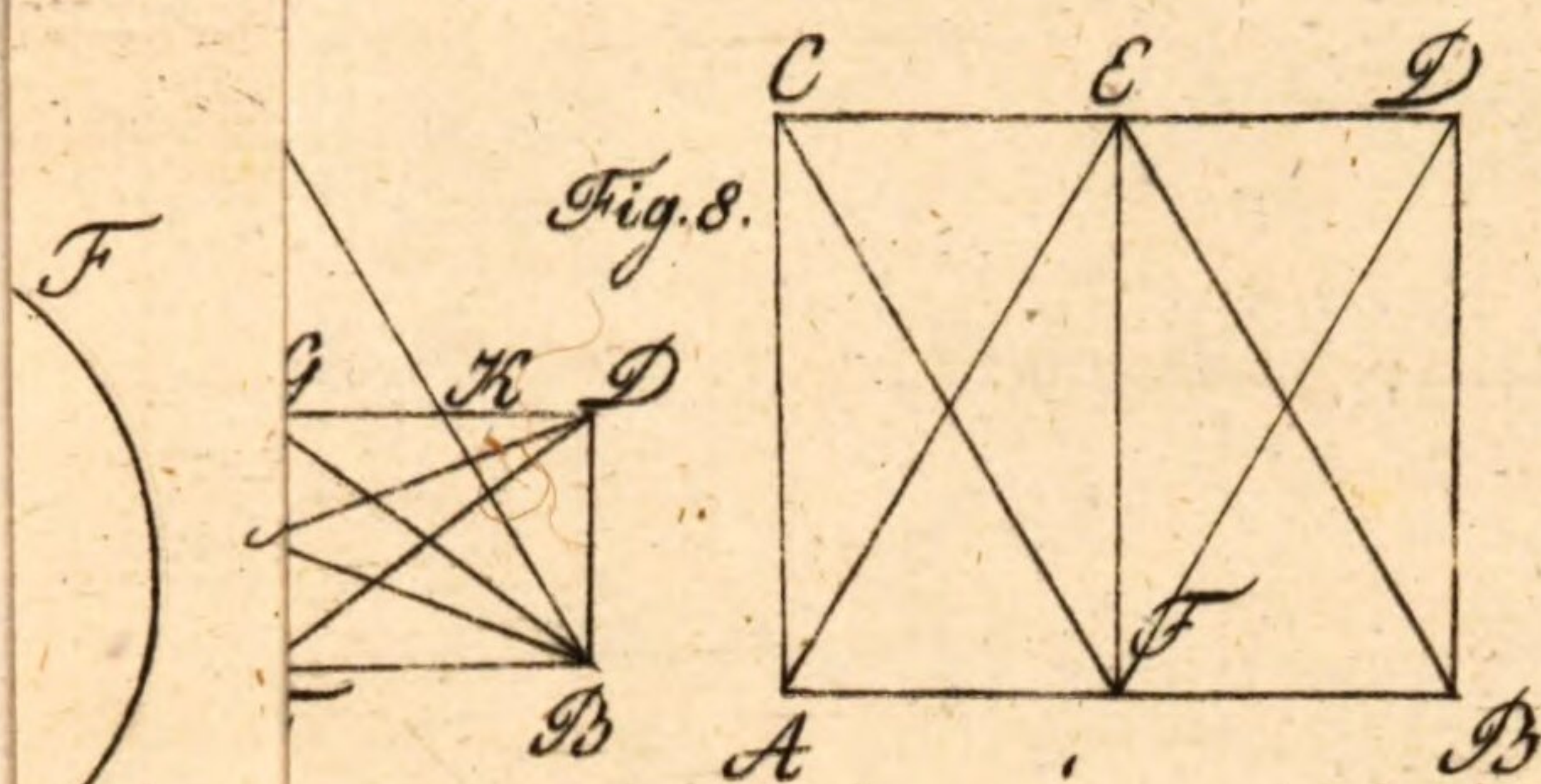


Diagram of the human body



at the end of the line

Physiokrat. Briefw. 1. Hft. Tab. II.

Fig. 3.

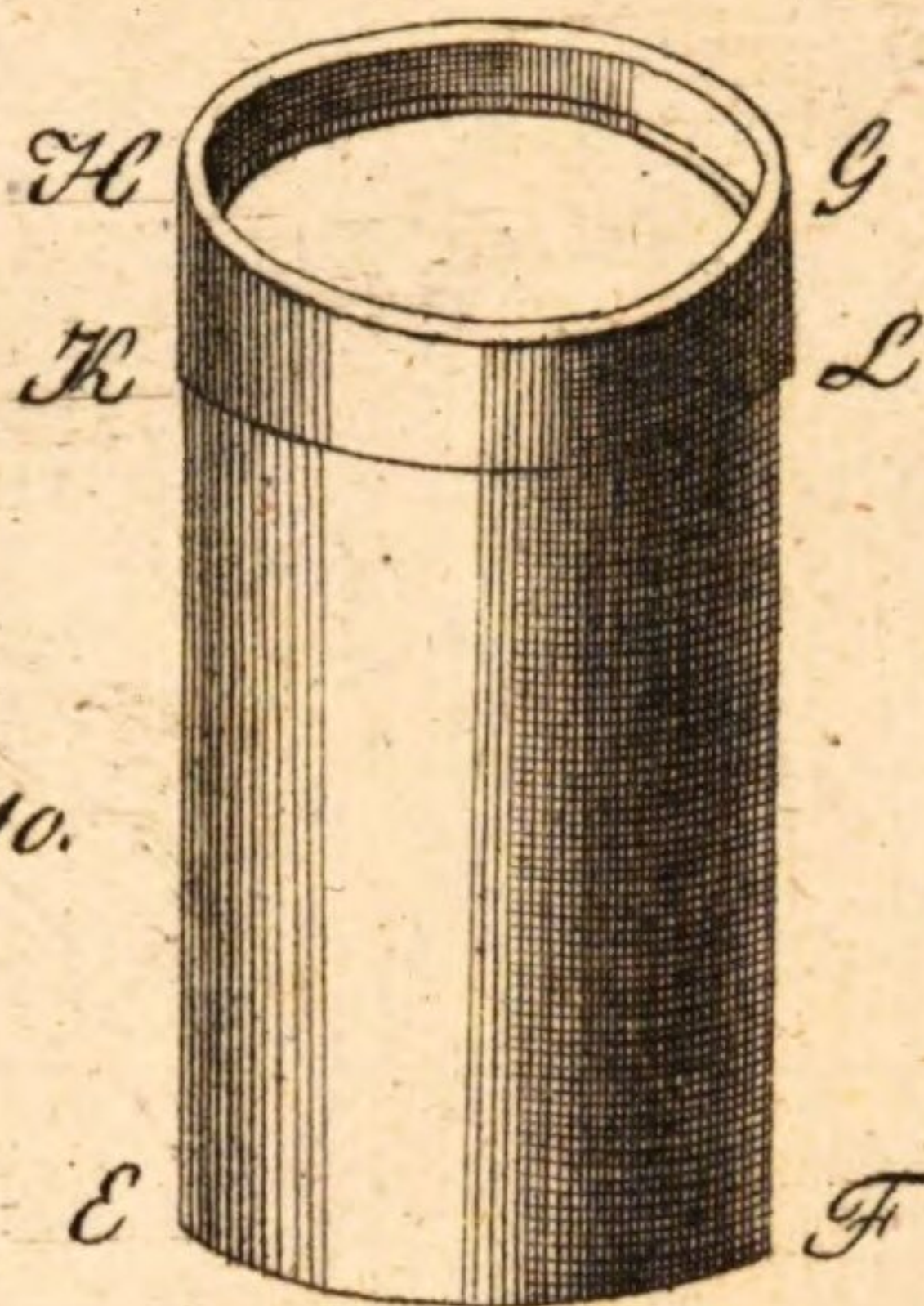
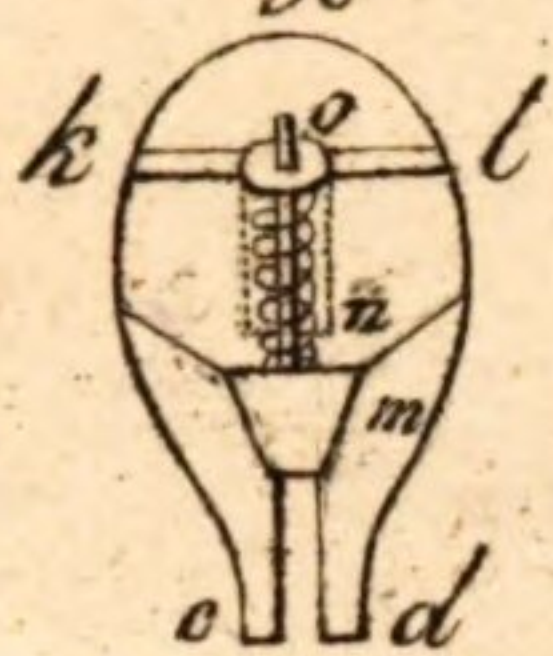


Fig. 10.

Fig. 4.

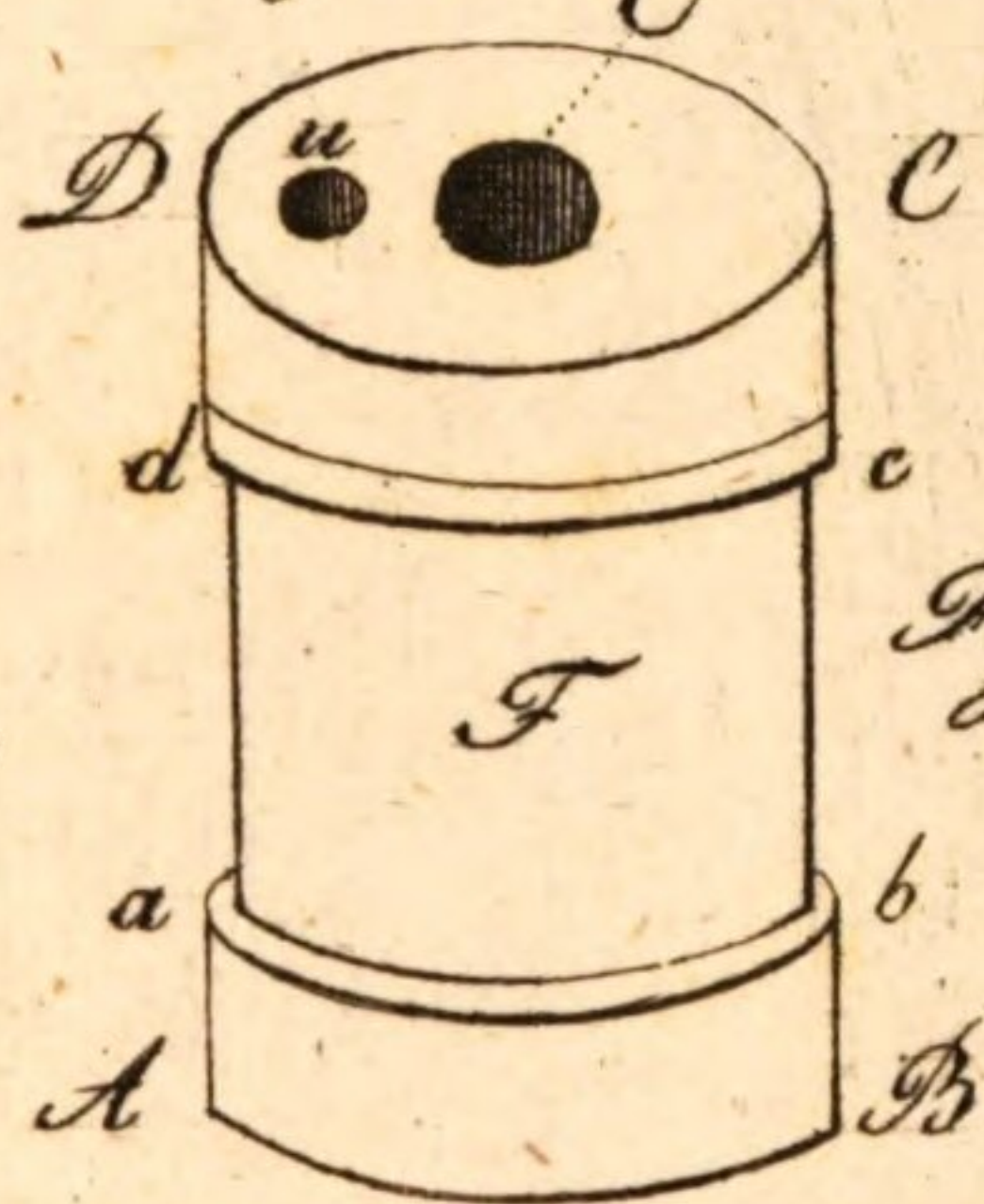


Fig. 11.

Hauff, Johann Karl Friedrich,

Allgemeiner physiokratischer Briefwechsel einer Gesellschaft teutscher
Gelehrten

Bd.: 1,1

Erlangen (1810)

Epist. 360-1,1

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10403009-6